Série A, ORSAY
N° d'ordre :
18

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Robert ARVIEU

1re *THÈSE*

Description des noyaux lourds sphériques dans un modèle de quasi-particules en interaction, application aux isotopes de l'étain

2e *THÈSE : Propositions données par la Faculté*

Soutenues le 30 Avril 1963 devant la Commission d'examen :

MM.	TEILLAC	*Président*
	JEAN	*Examinateurs*
	JANCOVICI	*Examinateurs*
	BLOCH	*Invité*

MASSON & Cie, ÉDITEURS
120, boulevard Saint-Germain
PARIS — 1963

BIBLIOTHÈQUE
DE L'UNIV.
PRIBRAM

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Série A, ORSAY
N° d'ordre :
18

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Robert ARVIEU

1re *THÈSE*

Description des noyaux lourds sphériques dans un modèle de quasi-particules en interaction, application aux isotopes de l'étain

2e *THÈSE : Propositions données par la Faculté*

Soutenues le 30 Avril 1963 devant la Commission d'examen :

MM.	TEILLAC	*Président*
	JEAN, JANCOVICI	*Examinateurs*
	BLOCH	*Invité*

MASSON & Cie, ÉDITEURS
120, boulevard Saint-Germain
PARIS — 1963

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ..... M. ZAMANSKY

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure
DE BROGLIE	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparées.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.
WYART	T	Minéralogie et Cristallographie.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale (Orsay)
AUGER	T	Physique quantique et Relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.)
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du Globe.
Mlle COUSIN	T	Biol animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).
EPHRUSSI	T	Génétique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.) et Sédim.
GAUTHERET	T	Biologie végétale (P.C.B.).
R. LUCAS	T	Recherches physiques.
A. THOMAS	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND	T	Physique Enseignement.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).
FORTIER	T	Mécanique expérim. des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Botanique.
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mlle CAUCHOIS	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du Globe.
L'HÉRITIER	T	Biologie générale (Orsay).
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay)
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromolécul
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie org. et structurale.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay).
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES	T	Théories physiques.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie et Cristallographie.
J.-P. MATHIEU ...	T	Physique (Optique).
COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.)
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théorie des fonct et topologie.
FELDMANN	T	Biologie végétale marine.
GUINIER	T	Physique des solides (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calcul différentiel et intégral.
CHOUARD	T	Physiologie végétale
MALAVARD	T	Aviation (Techn. Aéronaut.).
BRELOT	T	Calcul différentiel et intégral.
NORMANT	T	Synthèse organique générale.
BÉNARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathémat.
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
KIRRMANN	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD	T	Botanique.
Mlle LE BRETON ..	T	Physiologie de la nutrition.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie.
DEVILLERS	T	Anatomie et Histologie comparées.
EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.)
PISOT	T	Techniques mathématiques de la physique
ROCH	T	Géologie.
SCHATZMAN	T	Astrophysique.
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.).
RIZET	T	Génétique (Orsay).
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
Mme TONNELAT ...	T	Physique théorique.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Électrotechnique générale.
BRUSSET	T	Chimie systématique.
M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
Mme CHAIX	T	Chimie biologique.
Mme HUREL-PY ...		Biologie végétale (P.C.B.).
PIAUX	T	Chimie (M.P.C.).
BRUN	T	Mécan. théorique des fluides.
LEDERER	T	Chimie biologique.
Mme DUBREIL	T	Mathématiques (Agrég.).
Mme LELONG	T	Mathématiques (E.N.S.)
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).
COTTE	T	Physique électricité
J.-E. DUBOIS	T	Chimie organique.
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.).
A. MICHEL	T	Chimie minérale (Orsay)
OLMER	T	Énergétique générale.
ROUAULT	T	Électricité (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
BARCHEWITZ	T	Chimie physique.
BROSSEL	T	Physique atomique.
BUSER	T	Physiologie comparée.
CAMUS	T	Physiologie végétale (B.M.P.V.).
CASTAING	T	Physique (Orsay).
CURIEN	T	Minéralogie et Cristallographie.
MOYSE	T	Physiologie végétale (Orsay).
NOIROT	T	Évolution des êtres organisés.
PANNETIER	T	Chimie générale (Orsay).
POSSOMPES	T	Zoologie.
PULLMAN	T	Chimie théorique.
TEILLAC	T	Physique nucléaire et Radioactivité.
TONNELAT	T	Biologie physico-chim
VILLE	T	Économétrie.
WILLEMART	T	Chimie (P.C.B.).
DODE	T	Chimie (Orsay).
FREYMANN	T	Recherches physiques.
GUINOCHET	T	Biol. végét. (S.P.C.N.) (Orsay).

PROFESSEURS *(suite)*

ROLLET	T	Chimie (P.C.B.).
M^lle JOSIEN	T	Chimie (S.P.C.N.).
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
ARNOULT	T	Électronique (Orsay)
CHAPELLE	T	Physique (Orsay).
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
DENY	T	Mathématiques générales (Orsay).
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.
G. LUCAS	T	Géologie.
ALLARD	T	Chimie physique.
BERTHELOT	T	Physique fondamentale des hautes énergies (Orsay).
BRICARD	T	Météorologie et physique de l'atmosphère.
M^me ALBE-FESSARD	T	Psychophysiologie.
FRIEDEL	T	Physique des solides (Orsay).
M. JULIA		Études des mol. naturelles complexes.
LENDER	T	Biol. animale (S.P.C.N.) (Orsay).
MAGAT		Physicochimie des radioéléments.
M^lle QUINTIN	T	Électrochimie.
MONOD	T	Chimie du métabolisme
BENOIT	T	Physiol. anim. (Orsay)
DE POSSEL	T	Analyse numérique.
CHARLOT	T	Chimie analytique.
HAÏSSINSKY	T	Radiochimie.
LEMÉE	T	Physiol. vég. (B.M.P.V.) (Orsay).
GUÉRIN	T	Chimie (M.P.C.) (Orsay).
M. CHATELET	T	Chimie (P.C.B.).
JEAN	T	Physique nucléaire (Orsay).
MATTLER	T	Physique (S.P.C.N.).
L. MICHEL		Physique théor. des hautes énergies (Orsay).
BERGERARD	T	Zoologie (Orsay).
BERTEIN	T	Électronique (Orsay)
BOUISSIÈRES		Chimie des radioéléments (Orsay).
M^me COUTURE	T	Thermodynamique et mécanique physique
ELLENBERGER	T	Géologie appliquée sur le terr.
FRANC		Biol. animale (P.C.B.).
SCHNELL		Botanique tropicale (Orsay).
STOLKOWSKI		Physiologie générale
ACHER		Chimie biol. (Orsay).
BAUDOIN		Biologie animale (P.C.B.).
BEAUMONT		Biologie animale (S.P.C.N.).
BLAMONT	T	Géophysique ionosphère.
BOURREAU		Botanique.
D. CURIE		Physique (M.G.P.).
DURAND-DELGA		Géologie.
FRÉON	T	Chimie organique (Orsay).
HELLER	T	Physiologie végétale.
TORTRAT	T	Calcul des probabilités.
CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.).
MAGNAN	T	Physique (S.P.C.N.).
DAUDEL	T	Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
M^lle FOURCROY		Biol. végétale (S.P.C.N.).
M^me CHOQUET-BRUHAT	T	Mécanique analytique et mécanique céleste.
M^lle VEIL		Physiologie générale
LWOFF	T	Microbiologie.
SIESTRUNCK	T	Mécanique physique et expérimentale.
LACOMBE	T	Métallurgie des métaux nucléaires.
BROCHARD	T	Physique P.C.B. (Orsay).
CABANNES	T	Mécanique générale.
LESIEUR	T	Mathématiques (M.P.C.) (Orsay).
MAZET	T	Mécanique générale (Orsay).
CAIRE		Géographie phys. et Géol. dynamique.
COMOLET	T	Mécanique des fluides
CORABŒUF		Physiologie animale
DELLOUE		Physique de l'exosphère
GORENFLOT		Botanique II (Orsay).
HOUILLON		Biologie animale (P.C.B.)
J. JULLIEN		Chimie (P.C.B.).
MALGRANGE	T	Techn. math. de la Phys
OLIVIER		Anthropologie.
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay).
BLANC-LAPIERRE		Phys. E.N.S. (Orsay).
CREVAUGEON	T	Botanique (Orsay).
KAHANE	T	Mathématiques (Orsay).
SAMUEL	T	Math. (E.N.S. féminine)
KOURGANOFF	T	Astronomie (Orsay).
THIRY	T	Mécanique céleste.

Secrétaire Général ..... R. POULLAIN.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549214_0053

C'est en qualité d'Attaché de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique que j'ai pu mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier M. le Professeur J. Teillac de m'avoir accueilli au Laboratoire de la Faculté des Sciences d'Orsay.

M. le Professeur M. Jean m'a initié à la physique théorique, il a suivi, encouragé et constamment facilité le développement de ce travail. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je dois beaucoup à M. le Professeur C. Bloch, son cours, ses séminaires sur le problème à N corps et l'intérêt bienveillant qu'il a manifesté pour les présentes recherches m'ont grandement stimulé. Je lui exprime toute ma reconnaissance.

Je ne saurais ici faire la part de tout ce que je dois à M. M. Veneroni avec qui ce travail a été réalisé. Je le remercie pour son amicale et féconde collaboration, pour le souci de clarté et de rigueur qu'il y a apporté, ainsi que pour les nombreuses suggestions et critiques qu'il a formulées lors de la rédaction de cette thèse.

M. V. Gillet et M. le Professeur Elizabeth Baranger ont également pris part à ce travail. M. V. Gillet m'a fait bénéficier de son expérience de la programmation numérique et a fourni une grande partie des programmes, le Professeur E. Baranger m'a apporté une aide fructueuse. Qu'ils soient sincèrement remerciés.

Je remercie le C. E. A. pour l'accès au calculateur électronique I. B. M. 7090 du Centre d'études nucléaires de Saclay et M. Raynal pour son concours amical au cours des calculs numériques.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance à MM. les Professeurs Michel Baranger et A. K. Kerman pour d'utiles suggestions et remarques, ainsi qu'à tous les membres du service de physique théorique avec lesquels j'ai eu des échanges de vue en relation avec ce travail, particulièrement à Mmes J. Hogasen et N. Vinh Mau, MM. E. Sallusti et P. Sergent.

Je suis très reconnaissant au Professeur D. M. Brink et à J. Coolie qui m'ont communiqué les éléments de matrice du potentiel de Green.

M. A. Puill m'a aidé avec beaucoup de compétence à dépouiller et présenter les résultats numériques, je l'en remercie vivement.

Je remercie enfin les différents services qui ont assuré la présentation matérielle de cette thèse.

Laboratoire Joliot-Curie de Physique Nucléaire
(Professeur Maurice Jean)
Boîte Postale n° 1, Orsay (S.-et-O.)

DESCRIPTION DES NOYAUX LOURDS SPHÉRIQUES DANS UN MODÈLE DE QUASI-PARTICULES EN INTERACTION. APPLICATION AUX ISOTOPES DE L'ÉTAIN

Par

Robert ARVIEU

INTRODUCTION

Une des ambitions de la physique nucléaire théorique est de décrire les propriétés des états liés des noyaux : énergie de liaison du fondamental, structure des spectres, probabilités de transition, etc., directement à partir de l'interaction entre deux nucléons libres. Le peu de connaissance de l'interaction, la complexité mathématique du problème expliquent l'introduction, au cours des dix dernières années, de nombreux modèles phénoménologiques [1]. *Ces modèles ont permis de dégager un certain nombre de propriétés intéressantes des noyaux, chacun d'eux mettant l'accent sur une propriété particulière* [2]. *Certains ont connu un véritable succès et ont stimulé un grand nombre d'expériences. Ils sont aussi des guides précieux sur la voie d'une approche plus fondamentale car ils posent, à côté du problème de leurs relations, celui de leur commune description en fonction de l'interaction à deux corps.*

Les deux problèmes qui ont soulevé le plus d'intérêt sont ainsi d'une part celui de la justification du modèle des couches, d'autre part celui de l'introduction des coordonnées collectives.

De grands progrès ont été faits au cours des dix dernières années puisque de nombreux travaux [3], *initiés par Brueckner, ont permis de concilier le modèle à particules indépendantes avec la présence d'une interaction forte. Brueckner et al.* [4] *ont montré ainsi, dans le cas où l'interaction comporte un cœur dur, que la matrice qui décrit la diffusion de deux particules au sein de la matière nucléaire est non singulière, mais aussi non locale, pour de courtes distances ; elle se confond en revanche pour de plus longues distances avec l'interaction entre deux nucléons libres. Le rôle important joué par le principe de Pauli sur les propriétés de la matière nucléaire était ainsi reconnu* [5]. *Il était alors possible de calculer le potentiel moyen à partir de la matrice de réaction en utilisant la méthode de Hartree-Fock* [6]. *La méthode de Brueckner, développée en fait pour la matière nucléaire infinie à basse densité, n'est pas exempte de*

difficultés formelles, son application aux noyaux finis soulève bien des problèmes théoriques et numériques. D'autre part, les difficultés rencontrées lors de l'introduction du cœur dur sont supprimées si l'on remplace ce terme par un potentiel dépendant des vitesses ou encore par un potentiel non local. Un calcul de Hartree Fock, effectué directement à partir de telles interactions, serait alors possible bien que la méthode de Brueckner ne se limite pas au cas d'une interaction singulière. C'est ainsi que de nombreux développements formels ont pu naître ces dernières années à partir de cette hypothèse.

C'est le succès du modèle des rotations et celui plus relatif du modèle des vibrations qui ont nécessité, d'autre part, une meilleure compréhension des phénomènes impliqués par la présence dans les noyaux d'états présentant un caractère collectif important. On a donc tenté de relier les degrés de liberté collectifs, introduits phénoménologiquement dans les modèles, à ceux des nucléons individuels. De nombreuses recherches ont été menées dans ce sens [7], *elles ont reconnu le rôle crucial joué par la dynamique des particules indépendantes et par l'interaction résiduelle. Parmi les essais les plus concluants, il faut signaler celui d'Elliott* [8] *qui a montré qu'un système de particules interagissant dans un potentiel d'oscillateur (dans les couches* 2s, 1d) *par l'intermédiaire d'une force quadrupolaire pouvait avoir une fonction d'onde douée des mêmes propriétés que celles que l'on obtient dans le modèle des rotations.*

Plus récemment, l'introduction en physique nucléaire des méthodes de calcul développées pour la supraconductivité et pour la théorie du gaz d'électrons, a conduit à une meilleure connaissance des effets des interactions résiduelles. Ces méthodes ont également permis d'accomplir de grands progrès vers une description commune des états individuels et des états collectifs, plus particulièrement des états de vibration. Rappelons brièvement les principaux travaux et les résultats auxquels ils ont conduits.

Bohr, Mottelson et Pines [9] *ont suggéré, à la suite des travaux de Bardeen-Cooper-Schrieffer* [10], *de Bogoliubov* [11], *et de Valatin* [12] *sur la supraconductivité, une analogie entre l'appariement de deux nucléons de moment angulaire total nul et celui de deux électrons, d'impulsions opposées, qui s'effectue au voisinage de la surface de Fermi* [13]. *Belyaev* [14] *a pu alors, en utilisant le formalisme de la transformation canonique de Bogoliubov-Valatin, expliquer qualitativement la structure des spectres des noyaux pairs, la transition entre noyaux sphériques et noyaux déformés, la réduction du moment d'inertie par rapport à la valeur du modèle du rotor rigide, etc. Si l'influence des corrélations de paires sur les propriétés collectives était ainsi reconnue, le modèle contenait encore une grande part de phénoménologie puisqu'il faisait appel à la méthode adiabatique pour introduire les coordonnées collectives.*

Dans une autre série de travaux, une première explication des états collectifs des noyaux à couches complètes a pu être donnée par Ferrell [15], *Fallieros* [16] *et par Takagi* [17]. *Ces auteurs se sont inspiré largement des méthodes utilisées pour rendre compte des états collectifs du gaz d'électrons. La méthode a pu être appliquée au calcul des états dipolaires, quadrupolaires et octupolaires* [18] [19] [20] *de* C^{12} *et* O^{16} *et a fait l'objet de recherches très détaillées sur les spectres de ces noyaux et du* Ca^{40} [22].

Il était alors nécessaire d'unifier les deux traitements, celui qui rend compte des propriétés d'appariement, et celui qui explique les états collectifs, pour décrire les noyaux à couches incomplètes. Cette synthèse a été réalisée par Arvieu et Veneroni [23], *Kobayasi et Marumori* [24], *par Baranger* [25] *et Mottelson* [26]. *Le traitement proposé est semblable à celui qu'a développé Anderson* [27] *dans la théorie de la supraconductivité. Il permet d'obtenir une description cohérente des états collectifs et des états individuels des noyaux sphériques à partir de nucléons en interaction dans un potentiel moyen. Il met en évidence, pour chaque multipôle, les parties de l'interaction responsables du mélange de configuration et met à jour les approximations impliquées dans le modèle des vibrations et dans la méthode adiabatique utilisée par Belyaev pour introduire les coordonnées collectives et pour calculer le paramètre de masse. Enfin, il est étroitement relié à une généralisation de la méthode de Hartree Fock.*

Thouless [28] *a montré en effet que les équations qui fournissent les modes collectifs, dans le cas des noyaux à couches complètes, sont liées aux conditions de stabilité des solutions de la méthode de Hartree Fock. D'autre part, un sens plus large a été donné au concept d'état individuel dans le cadre d'une théorie qui généralise à la fois celle de Hartree Fock et celle de Bogoliubov-Valatin. La nouvelle méthode, la transformation de Bogoliubov généralisée* [29] *est donc susceptible de rendre compte simultanément du champ moyen et des corrélations de paires. Bloch et Messiah* [30] *ont récemment fait le lien entre cette transformation et la transformation de Bogoliubov-Valatin qui a été utilisée primitivement dans les références* [11] [12].

Nous exposerons dans la première partie de cette thèse le formalisme et les approximations qui permettent d'obtenir les états individuels et les états collectifs des noyaux sphériques. Dans le chapitre premier, nous étudierons la transformation de Bogoliubov-Valatin et nous verrons comment il est possible de rendre compte des phénomènes d'appariement. Dans le chapitre II nous introduirons les modes collectifs par l'intermédiaire d'une diagonalisation approchée et de la méthode des « quasi bosons ». Nous appliquerons la théorie dans la 2e partie à la description détaillée des isotopes de l'étain à partir d'une interaction de portée finie.

PREMIÈRE PARTIE

CHAPITRE PREMIER

L'HAMILTONIEN DU MODÈLE DES COUCHES

Soit H l'Hamiltonien décrivant un système de N particules, T leur énergie cinétique, W le potentiel d'interaction à deux corps. Comme il est d'usage, nous séparons cet hamiltonien en deux parties en faisant apparaître un potentiel moyen V à un corps que nous supposons défini par la méthode de Hartree Fock :

$$H = T + W = T + V + W - V = H_0 + W - V$$
$$H_0 = T + V = \sum_{i=1}^{N} t_i + v_i \tag{1}$$

Le premier terme $H_0 = T + V$ décrit un système de particules indépendantes, plongées dans le potentiel moyen V. Nous avons soustrait V dans le deuxième terme et nous nous réservons la possibilité de tenir compte ultérieurement de cette réduction. Nous supposerons ici que V a la symétrie sphérique et puisque nous nous proposons de décrire des noyaux lourds nous utiliserons le couplage j-j. Soient $\varphi_{im_i}(\underset{\sim}{x})$ et ε_i respectivement les fonctions propres et les valeurs propres du problème :

$$(t + v)\varphi_{im_i}(\underset{\sim}{x}) = \varepsilon_i \varphi_{im_i}(\underset{\sim}{x}) \tag{2}$$

i représente ici, étant donné nos hypothèses, l'ensemble des nombres quantiques n_i, l_i, $j_i(q_i)$ nécessaires pour caractériser un état propre de $t + v$, autres que m_i la composante magnétique. De même x désigne l'ensemble des variables d'espace, de spin (et de charge). Les conventions de phase pour les harmoniques sphériques seront celles de Condon et Shortley.

Nous utiliserons le formalisme de la seconde quantification. Soient donc $a^+_{im_i}$ et a_{im_i} les opérateurs de création et d'annihilation attachés à l'état $\varphi_{im_i}(\underset{\sim}{x})$ et satisfaisant aux règles d'anticommutation de fermions :

$$\left[a_{im_i},\ a^+_{km_k}\right]_+ = \delta_{ik}\delta_{m_i m_k}$$
$$\left[a_{im_i},\ a_{km_k}\right]_+ = \left[a^+_{im_i},\ a^+_{km_k}\right]_+ = 0. \tag{3}$$

Le symbole δ_{ik} est mis, pour simplifier l'écriture, à la place de $\delta_{n_i n_k}\delta_{l_i l_k}\delta_{j_i j_k}[\delta_{q_i q_k}]$.

H peut donc s'écrire :

$$H = \sum_{am_a} \varepsilon_a a^+_{am_a} a_{am_a}$$
$$+ \frac{1}{2} \sum_{\substack{abdc \\ m_a \cdots}} \langle\, am_a bm_b \,|\, W \,|\, cm_c dm_d \,\rangle\, a^+_{am_a} a^+_{bm_b} a_{cm_c} a_{dm_d} \tag{4}$$
$$- \sum_{abm_a m_b} \langle\, am_a \,|\, V \,|\, bm_b \,\rangle\, a^+_{am_a} a_{bm_b}$$

$$\langle\, am_a bm_b \,|\, W \,|\, cm_c dm_d \,\rangle = \iint \varphi^*_{am_a}(\underset{\sim}{x}_1)\varphi^*_{bm_b}(\underset{\sim}{x}_2) W(\underset{\sim}{x}_1, \underset{\sim}{x}_2)\varphi_{cm_c}(\underset{\sim}{x}_2)\varphi_{dm_d}(\underset{\sim}{x}_1) dx_1 dx_2.$$

Notons que l'élément de matrice de W n'est pas antisymétrisé et que les indices a et d correspondent aux états de la particule 1, ceux b et c, ceux de la particule 2.

Nous utiliserons la propriété d'invariance de W par rotation pour écrire ses éléments de matrice sous trois formes correspondant aux différents couplages possibles des quatre moments angulaires $\vec{j}_a$, $\vec{j}_b$, $\vec{j}_c$, $\vec{j}_d$:

$$\langle\, am_a bm_b \,|\, W \,|\, cm_c dm_d \,\rangle = \sum_{rq} H_r(dabc)(-1)^{j_d + m_d + j_b + m_b} \langle\, j_d j_a - m_d m_a \,|\, rq \,\rangle \langle\, j_b j_c - m_b m_c \,|\, rq \,\rangle \tag{5a}$$

$$= \sum_{r'q'} K_{r'}(cabd)(-1)^{j_c + m_c + j_b + m_b} \langle\, j_c j_a - m_c m_a \,|\, r'q' \,\rangle \langle\, j_b j_d - m_b m_d \,|\, r'q' \,\rangle \tag{5b}$$

$$= \sum_{r''q''} G_{r''}(bacd) \langle\, j_b j_a m_b m_a \,|\, r''q'' \,\rangle \langle\, j_c j_d m_c m_d \,|\, r''q'' \,\rangle. \tag{5c}$$

La conservation de la parité entraîne que $(-1)^{l_a+l_b} = (-1)^{l_c+l_d}$, l'invariance par rapport au renversement du temps, l'hermiticité et la symétrie de W dans l'échange des particules 1 et 2 exigent que G_R, H_R, K_R soient réels et satisfassent aux propriétés de symétrie suivantes que nous écrivons seulement pour H_R :

$$H_r(abcd) = H_r(cdab) = (-1)^{j_a+j_b+j_c+j_d} H_r(badc). \quad (6)$$

Ces propriétés ne sont basées que sur les caractères d'invariance de W. Ajoutons qu'il est possible d'étendre les définitions (5 *a-b-c*) si l'on impose à l'interaction d'être invariante dans l'espace du spin isotopique ; les H, K, G dépendraient alors d'un indice supplémentaire.

Une interaction est complètement définie lorsqu'on connaît, pour tous les indices *a*, *b*, *c*, *d* et R l'ensemble des $G_R(abcd)$, H_R ou K_R. Les quantités G, H, K sont évidemment liées entre elles par des relations de recouplage qui font intervenir les symboles « 6*j* » de Wigner. Nous donnons ci-dessous les relations qui permettent, connaissant les H_R de calculer G_R et K_R, ou connaissant les G_R d'obtenir H_R et K_R :

$$G_J(abcd) = (-1)^{j_c+j_d+J} \sum_r (2r+1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & r \end{Bmatrix} H_r(acdb) \quad (7)$$

$$K_J(abcd) = (-1)^{j_b+j_c+J} \sum_r (-1)^r (2r+1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & r \end{Bmatrix} H_r(acbd) \quad (8)$$

$$H_J(abcd) = (-1)^{j_b+j_c} \sum_r (-1)^r (2r+1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & r \end{Bmatrix} G_r(adbc) \quad (9)$$

$$K_J(abcd) = \sum_r (2r+1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & r \end{Bmatrix} G_r(adcb). \quad (10)$$

Une caractéristique importante de l'interaction est le comportement en fonction de R de H_R et G_R. On trouvera dans la référence 48, les expressions et propriétés de symétrie supplémentaires de ces quantités pour des forces centrales ou spin-spin qui seront utilisées dans la deuxième partie.

Nous utiliserons par la suite les quantités suivantes qui correspondent à des éléments de matrice antisymétrisés :

$$J_r(abcd) = H_r(abcd) - K_r(abcd) \quad (11)$$

CHAPITRE II

LA TRANSFORMATION DE BOGOLIUBOV VALATIN POUR LES NOYAUX SPHÉRIQUES

I. — Généralités

Rappelons tout d'abord la nécessité de tenir compte d'une manière aussi détaillée que possible des corrélations de paires. Par corrélations de paires on entend la forte énergie d'appariement qui lie une paire de nucléons couplés à un moment angulaire total nul. L'existence de ces corrélations est attestée par de nombreux faits expérimentaux : la différence de masse entre noyaux pairs et noyaux impairs, le moment angulaire 0^+ de l'état fondamental de tous les noyaux pairs sont les exemples les plus anciens. Il faut citer aussi le « gap » dans le spectre des noyaux pairs (si l'on exclue les états collectifs). Ce dernier point met bien en évidence l'ordre de grandeur de l'énergie de liaison d'une paire : le gap est en effet la quantité minimum d'énergie qu'il faut fournir au système pour pouvoir l'exciter en brisant une paire. Il est de l'ordre de 1,5 à 3 MeV (cf. II[e] partie, chap. IV) suivant les noyaux. Les travaux de Racah basés sur le concept de séniorité [31] ont permis d'expliquer le mécanisme de ces phénomènes. Ce concept est valable lorsque l'opérateur qui mesure le nombre de paires de particules couplées à un moment angulaire nul commute avec l'hamiltonien. Il conduit à des calculs simples si l'on se borne au cas d'une seule sous couche *j*. Toutefois, son extension à celui de plusieurs couches rend difficile la déduction de conclusions générales, celles-ci ne peuvent être atteintes en effet que dans un calcul numérique. Enfin, dans le cas d'une interaction qui n'admet pas la sénio-

rité comme bon nombre quantique la nécessité de tenir compte du mélange d'états correspondant à des séniorités différentes complique beaucoup le problème.

La méthode de la transformation de Bogoliubov-Valatin permet de lever un certain nombre de ces difficultés et fournit une description simple et élégante des propriétés d'appariement. En effet, le nombre de particules est traité comme un paramètre ordinaire car la méthode remplace en quelque sorte le problème de l'interaction entre N particules par un problème à deux particules, ce qui est très avantageux pour un traitement numérique. De même la géométrie qu'elle introduit est très simple.

Nous exposerons cette méthode dans le cas des noyaux sphériques [23] [25] en bénéficiant des propriétés d'invariance de l'interaction exposées au chapitre premier. Celui des noyaux déformés peut se traiter sans plus de difficultés.

II. — La transformation de Bogoliubov-Valatin

Soit la transformation linéaire :

$$d^+_{im_i} = u_i a^+_{im_i} + (-1)^{j_i+m_i} v_i a_{i-m_i} \qquad (12\,a)$$

$$d_{im_i} = u^*_i a_{im_i} + (-1)^{j_i+m_i} v^*_i a^+_{i-m_i} \qquad (12\,b)$$

qui conserve les relations d'anticommutation :

$$\left[d_{im_i},\, d^+_{km_k}\right]_+ = \delta_{ik}\delta_{m_i m_k} \qquad (13\,a)$$

$$\left[d_{im_i},\, d_{km_k}\right]_+ = \left[d^+_{im_i},\, d^+_{km_k}\right]_+ = 0. \qquad (13\,b)$$

Elle conserve le moment angulaire, puisque u_i et v_i ne dépendent pas de m_i, le facteur $(-1)^{j_i+m_i}$ assurant d'autre part que l'opérateur $d^+_{im_i}$ est bien un opérateur tensoriel au même titre que $a^+_{im_i}$, ainsi que la parité. Si l'on veut que la transformation commute avec l'opérateur de renversement du temps il faut de plus que u_i et v_i soient réels. Nous nous placerons donc dans cette hypothèse [1] qui n'est toutefois pas indispensable.

La condition (13 *a*) impose que $u_i^2 + v_i^2 = 1$, la deuxième condition est évidemment satisfaite. Toutefois, la transformation ne conserve pas le nombre de particules, nous reviendrons sur ce point un peu plus loin.

III. — L'état fondamental de B. C. S.

Soit $|\,\tilde{0}\,\rangle$ le vide des opérateurs d_{im_i} défini par :

$$d_{im_i}\,|\,\tilde{0}\,\rangle = 0 \qquad (14)$$

nous pouvons l'écrire après B. C. S. [10] sous la forme :

$$|\,\tilde{0}\,\rangle = \prod_{i,m_i>0} \left(u_i + (-1)^{j_i+m_i} v_i a^+_{i-m_i} a^+_{im_i}\right)|\,0\,\rangle \qquad (15)$$

$|\,0\,\rangle$ représente ici le vide des particules ; $a_{im_i}\,|\,0\,\rangle = 0$.

Les v_i représentent donc l'amplitude de la probabilité de présence d'une paire de particules dans l'état i. Les indices i jouent sur tous les états individuels possibles. Si la distribution des particules est telle que : $v_i = 1$, $u_i = 0$, si $\varepsilon_i \leqslant \varepsilon_F$ (où ε_F est l'énergie de Fermi) et $v_i = 0$, $u_i = 1$ si $\varepsilon_i > \varepsilon_F$, la transformation devient alors triviale, l'opérateur $d^+_{im_i}$ s'identifie dans le premier cas à $(-1)^{j_i+m_i} a_{i-m_i}$, opérateur de création de trou dans le second cas à $a^+_{im_i}$ opérateur de création d'une particule.

Le cas où les u_i et v_i sont simultanément différents de zéro est plus intéressant. Au contraire du cas précédent, la surface de Fermi n'a pas de limite nette, mais les paires de particules sont distribuées avec des poids différents sur les niveaux situés dans une région de largeur variable autour du niveau de Fermi correspondant au système non perturbé. L'opérateur $d^+_{im_i}$ est partiellement une particule et partiellement un trou, on convient de l'appeler un opérateur de création d'une quasi-particule.

IV. — Détermination des coefficients u_i et v_i

Nous allons déterminer la distribution des paires la plus favorable en appliquant un principe variationnel à partir de la fonction d'essai $|\,\tilde{0}\,\rangle$. Il est cependant nécessaire d'imposer une condition supplémentaire à la transformation canonique puisqu'elle ne conserve pas le nombre de particules. La fonction d'onde $|\,\tilde{0}\,\rangle$ est en effet une superposition d'états correspondant à des nombres de particules différents (mais tous pairs). Sa projection dans le sous-espace des états à p paires peut s'écrire :

$$(p!)^{-1}\left(\prod_{k,m_k>0} u_k\right)\left[\sum_{i,m_i>0}\left((v_i/u_i)(-1)^{j_i+m_i} a^+_{i-m_i} a^+_{im_i}\right)\right]^p |\,0\,\rangle. \qquad (16)$$

[1] Si tous les $G_0(aabb)$ sont de même signe, on montre que les u_i et v_i peuvent en toute généralité être choisis réels. Ce critère est rempli dans les calculs de la 2e partie.

Nous imposerons alors que la valeur moyenne pour l'état $|\tilde{o}\rangle$ de l'opérateur nombre de particules soit égale au nombre de particules du système :

$$\langle \tilde{o} | N_{op} | \tilde{o} \rangle = N. \tag{17}$$

Nous introduirons comme d'habitude un multiplicateur de Lagrange λ : le potentiel chimique, et nous chercherons pour déterminer la distribution des paires à minimiser :

$$\langle \tilde{o} | \mathcal{H} | \tilde{o} \rangle = \langle \tilde{o} | H - \lambda N | \tilde{o} \rangle$$

par rapport aux variations des u_i et v_i, telles que $u_i^2 + v_i^2 = 1$, la condition (17) détermine d'autre part λ.

Pour calculer $\langle \tilde{o} | \mathcal{H} | \tilde{o} \rangle$ le théorème de Wick peut être appliqué puisque la transformation (12) est linéaire. On trouve ainsi :

$$U \equiv \langle \tilde{o} | \mathcal{H} | \tilde{o} \rangle = \sum_{ab} \hat{j}_a \hat{j}_b \left\{ (\varepsilon_a - \lambda - V_a) v_a^2 \delta_{ab} + \frac{1}{2} v_a^2 v_b^2 J_0(aabb) + \frac{1}{2} u_a v_a u_b v_b G_0(aabb) \right\} \tag{21}$$

où :

$$\hat{j}_a = \sqrt{2j_a + 1}, \quad V_a = \sum_{m_a} \frac{\langle am_a | V | am_a \rangle}{2j_a + 1} = \langle a \| V \| a \rangle \hat{j}_a^{-1}.$$

Pour minimiser U par rapport aux variations des u_i et v_i soumises à la condition $u_i^2 + v_i^2 = 1$ on pose

$$\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i - \lambda + \mu_i - V_i, \quad \mu_i = \sum_l \frac{\hat{j}_l}{\hat{j}_i} v_l^2 J_0(iill) \tag{23}$$

$$\Delta_i = \sum_l \frac{\hat{j}_l}{\hat{j}_i} u v_l G_0(iill) \tag{24}$$

la condition $dU/d\varphi_i = 0$ entraîne que $\operatorname{tg} 2\varphi_i = -\Delta_i/\tilde{\varepsilon}_i$ ou :

$$\sin 2\varphi_i = \pm \Delta_i / \sqrt{\tilde{\varepsilon}_i^2 + \Delta_i^2}. \tag{25}$$

Pour lever l'incertitude sur le signe de $\sin 2\varphi_i$ écrivons l'opérateur $\mathcal{H}$ complètement en termes de produits normaux en utilisant de nouveau le théorème de Wick. Nous obtenons trois séries de termes :

$$\mathcal{H} = U + H_2 + H_4.$$

Le premier terme U, déjà calculé, est obtenu en contractant tous les opérateurs figurant dans $\mathcal{H}$, le second terme H_2 contient un produit normal de deux opérateurs et une ou zéro contraction, enfin le dernier terme H_4 ne contient aucune contraction mais le produit normal des quatre opérateurs de l'interaction. Le produit normal d'un produit d'opérateurs a et a^+ se calcule en exprimant ces opérateurs en fonction des d et d^+ au moyen de relations inverses de (12) et en ordonnant ces derniers opérateurs, compte tenu des signes, de manière que tous les opérateurs d_i figurent à droite, et tous les d_i^+ à gauche.

H_2 s'écrit dans ces conditions :

$$H_2 = H_{11} + H_{20}$$

$$H_{11} = \sum_{ab} \Big\{ (u_a u_b - v_a v_b) \Big((\varepsilon_a - \lambda)\delta_{ab} + \sum_c \frac{\hat{j}_c}{\hat{j}_a} J_0(abcc) v_c^2 - \frac{\langle a \| V \| b \rangle}{\hat{j}_a} \Big) - (u_a v_b + v_a u_b) \sum_c \frac{\hat{j}_c}{\hat{j}_a} u_c v_c G_0(abcc) \Big\} \sum_{m_a} d^+_{am_a} d_{bm_a} \delta_{j_a j_b} \delta_{l_a l_b} \tag{26}$$

$$H_{20} = -\frac{1}{2} \sum_{ab} \Big\{ (u_a v_b + v_a u_b) \Big((\varepsilon_a - \lambda)\delta_{ab} + \sum_c \frac{\hat{j}_c}{\hat{j}_a} J_0(abcc) v_c^2 - \frac{\langle a \| V \| b \rangle}{\hat{j}_a} \Big) + (u_a u_b - v_a v_b) \sum_c \frac{\hat{j}_c}{\hat{j}_a} u_c v_c G_0(abcc) \Big\} \sum_{m_a} \big((-1)^{j_a + m_a} d^+_{bm_a} d^+_{a-m_a} + h.c \big) \delta_{j_a j_b} \delta_{l_a l_b}. \tag{27}$$

simplement $u_i = \cos \varphi_i$, $v_i = \sin \varphi_i$ et l'on dérive par rapport aux φ_i. On obtient :

$$\frac{dU}{d\varphi_i} = (2j_i + 1)[\tilde{\varepsilon}_i \sin 2\varphi_i + \cos 2\varphi_i \Delta_i] \tag{22}$$

avec les définitions suivantes :

Dans ces deux termes figurent deux restrictions sur les indices a et b : $j_a = j_b$, $l_a = l_b$ qui proviennent de l'invariance de l'Hamiltonien par rotation et parité. La différence d'énergie entre deux états nlj et $n'lj$ est assez grande dans le modèle des couches pour que nous puissions dans une première approche considérer H_{11} et H_{20} comme diagonaux en imposant de plus $n_a = n_b$.

En tenant compte des définitions de μ_i, Δ_i données plus haut, du résultat de la minimisation et de cette dernière approximation on trouve que $H_{20} = 0$, c'est ce que Bogoliubov a appelé l' « élimination des diagrammes dangereux ». H_{11} s'écrit d'autre part :

$$H_{11} = \sum_{am_a} (\cos 2\varphi_a \tilde{\varepsilon}_a - \sin 2\varphi_a \Delta_a) d^+_{am_a} d_{am_a}$$

$$= \mp \sum_{am_a} E_a d^+_{am_a} d_{am_a}.$$

Si nous posons :

$$E_a = + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_a^2 + \Delta_a^2}.$$

On remarque alors que :

$$\langle \tilde{0} \,|\, d_{im_i} \mathcal{H} d^+_{im_i} \,|\, \tilde{0} \rangle = U + \langle \tilde{0} \,|\, d_{im_i} H_{11} d^+_{im_i} \,|\, \tilde{0} \rangle = U \mp E_i. \tag{28}$$

Il est clair qu'il faut choisir le signe + pour que $|\, \tilde{0} \,\rangle$ soit réellement l'état d'énergie minimum, soit $\sin 2\varphi_i = -\Delta_i / E_i$ ce qui donne :

$$v_i^2 = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{E_i}\right] \tag{29}$$

$$u_i^2 = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{E_i}\right]. \tag{30}$$

D'autre part, la valeur moyenne de N_{op} s'écrit :

$$\langle \tilde{0} \,|\, N_{op} \,|\, \tilde{0} \rangle = \sum_i (2j_i + 1) v_i^2$$

soit la condition :

$$\sum_i \frac{2j_i + 1}{2}\left[1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{E_i}\right] = N. \tag{31}$$

La condition qui minimise U s'écrit enfin en portant (25) dans (24) :

$$\Delta_i = -\frac{1}{2} \sum_i \frac{\widehat{j_l}}{\widehat{j_i}} G_0(iill) \frac{\Delta}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_l^2 + \Delta_l^2}} \tag{32}$$

ou sous forme un peu différente :

$$\sum_l \widehat{j_l} u_l v_l [2E_l \delta_{il} + G_0(iill)] = 0. \tag{33}$$

Notons que cette équation exprime que la matrice $2E_i\delta_{il} + G_0(iill)$ a un vecteur propre $(\widehat{j}uv)$ associé à une valeur propre nulle.

La résolution du système (32), compte tenu de la condition (31) permet donc de trouver les coefficients de la transformation canonique. Ces équations, non linéaires, sont compliquées par le fait que $\tilde{\varepsilon}_i$ dépend, par l'intermédiaire de μ_i, des Δ_k. Elles ne peuvent être résolues, sauf dans les cas particuliers très simples que par des méthodes numériques, par exemple par itération.

V. — États excités du système et noyaux impairs

La méthode variationnelle exposée au paragraphe précédent nous a permis d'approcher l'énergie de l'état fondamental, elle peut convenir également pour une description des premiers états excités des noyaux pairs.

Remarquons tout d'abord que l'application d'un opérateur de création de quasi-particule $d^+_{im_i}$ a pour effet de rompre la paire de particules qui correspond aux sous états magnétiques m_i :

$$d^+_{im_i} \,|\, \tilde{0} \rangle = a^+_{im_i} \prod_{k, m_k \neq m_i} \left(u_k + (-1)^{j_k + m_k} v_k a^+_{k-m_k} a^+_{km_k}\right) |\, 0 \rangle \tag{34}$$

de même la création de deux quasi-particules brise deux paires dans la fonction d'onde sauf si les deux quasi-particules sont dans des états appariés. Dans ce cas en effet :

$$(-1)^{j_i + m_i} d^+_{i-m_i} d^+_{im_i} \,|\, \tilde{0} \rangle = \left(u_i (-1)^{j_i + m_i} a^+_{i-m_i} a^+_{im_i} - v_i\right) \prod_{k, m_k \neq m_i} \left(u_k + (-1)^{j_k + m_k} v_k a^+_{k-m_k} a^+_{km_k}\right) |\, 0 \rangle. \tag{35}$$

La valeur moyenne de $\mathcal{H}$ pour un état à deux quasi-particules s'écrit, si l'on néglige les interactions entre quasi-particules (H_4) :

$$\langle \tilde{0} \,|\, d_i d_k \mathcal{H} d^+_k d^+_i \,|\, \tilde{0} \rangle \approx U + E_i + E_k. \tag{36}$$

L'énergie du système est donc augmentée au minimum de la quantité $2\,E_{min}$ si l'on ajoute deux quasi-particules à l'état de BCS. Cette limite inférieure du spectre à deux quasi-particules correspond donc bien au gap auquel nous avons fait allusion au paragraphe 1.

Le problème des noyaux impairs peut être résolu d'une manière analogue. On peut prendre les fonctions (34) comme fonctions d'essai et minimiser la valeur moyenne de $\mathcal{H}$. Les systèmes d'équations (31) et (32) doivent alors être modifiés. De plus, il est nécessaire de rechercher parmi toutes les valeurs stationnaires ainsi obtenues la valeur minimum, soit parmi tous les états (34) l'état fondamental. Il est plus commode, moyennant quelques approximations, d'appliquer le même principe variationnel que pour les noyaux pairs, c'est-à-dire de rechercher les solutions de (31) et (32) lorsque N est impair.

Les énergies d'excitation des noyaux impairs sont alors toutes les différences $E_i - E_{min}$. On vérifie ainsi, conformément à la situation expérimentale, l'absence de lacune dans les spectres.

CHAPITRE III

LE TRAITEMENT DES ÉTATS COLLECTIFS

I. — Généralités

Le problème de la relation entre les degrés de liberté collectifs et ceux des particules individuelles est commun à plusieurs branches de la physique. Il a été abordé il y a une dizaine d'années, notamment par Bohm et et Pines [35], dans la théorie du gaz d'électrons à haute densité. Il a vu le jour en physique nucléaire lorsqu'on a constaté que certains états présentaient une probabilité de transition bien supérieure à celle fournie par un modèle de particules indépendantes. Certains des niveaux des noyaux pairs sphériques ont pu rentrer dans le cadre d'un modèle vibrationnel [36] selon lequel ils sont dus à de petites oscillations de la surface nucléaire autour d'une position moyenne sphérique. Au quantum d'excitation élémentaire (phonon) est associé un moment angulaire 2. Le premier niveau excité présente donc le caractère 2^+. A une énergie d'excitation double se trouve un triplet de spin 0^+, 2^+, 4^+. En réalité, les caractéristiques des spectres expérimentaux suivent d'assez loin certaines prédictions de ce modèle. C'est ainsi qu'un ou deux niveaux du triplet sont souvent absents et que les rapports des énergies sont éloignés de 2, ce qui semble indiquer que les vibrations ne sont pas harmoniques. Il est possible de rendre compte de la séparation du triplet de plusieurs manières, dans le cadre de modèles phénoménologiques [37] ou encore en introduisant un couplage particule-surface [38].

Le problème des états collectifs ne se borne pas seulement aux états quadrupolaires puisqu'on a obtenu expérimentalement des niveaux 0^+, 3^- qui manifestent également un caractère coopératif [39]. C'est aussi celui plus ancien de la résonance géante $1^- (T = 1)$. Nous développerons dans ce chapitre un formalisme qui permet d'interpréter ces états collectifs à partir des excitations de quasi-particules. La première méthode adoptée, la R. P. A. (abréviation pour « Random Phase Approximation ») peut être formulée de plusieurs manières, dans le cadre de la méthode de Hartree Fock dépendant du temps [40] ou du formalisme des fonctions de Green [28] par exemple. Le point de vue que nous adopterons, celui de la méthode des quasi-bosons [18] [23], est peut-être moins élégant que les précédents mais il se rapproche de celui de la méthode de Tamm-Dancoff [25]. Il permet de faire le lien avec la méthode de sommation des diagrammes en anneaux [41] et autorise de plus une comparaison directe avec le modèle vibrationnel.

La deuxième méthode est une diagonalisation de $H - \lambda N$ dans le sous-espace des états à deux quasi-particules. L'inconvénient sur la première méthode est que l'on n'a pas *a priori* l'avantage de séparer l'état redondant [25] [27] ni de retrouver l'équivalent des états à deux bosons (cf à ce sujet II^e partie).

Ajoutons que la validité de la R. P. A. dans le cas des systèmes finis est un problème difficile, encore non résolu, et que cette méthode est reliés aux conditions de stabilité de la solution de Hartree Fock. Nous n'aborderons pas ce point ici, nous renvoyons le lecteur aux articles de Thouless [28].

II. — La méthode des quasi-bosons

a) **Les opérateurs d'excitation élémentaire.** — Soit A^{ab+}_{JM} un opérateur tensoriel qui crée deux quasi-particules dans les états a et b et les couple à un moment angulaire total J, de composante M :

$$A^{ab+}_{JM} = \sum_{m_a m_b} \langle j_a j_b m_a m_b \mid JM \rangle \, d^+_{bm_b} d^+_{am_a} \qquad (39\,a)$$

et soit A^{ab}_{JM} son adjoint. Calculons les commutateurs de deux tels opérateurs en ordonnant chaque terme par rapport à $\mid \tilde{0} \rangle$:

$$\left[A^{ab}_{JM},\, A^{cd+}_{J'M'}\right]_- = \left[\delta_{ac}\delta_{bd} + (-1)^{j_c - j_d + J}\delta_{ad}\delta_{bc}\right]\delta_{JJ'}\delta_{MM'} + \sum_{m_a \ldots} \langle j_a j_b m_a m_b \mid JM \rangle \langle j_c j_d m_c m_d \mid J'M' \rangle$$
$$\left\{ \delta_{ac}\delta_{m_a m_c} d^+_{dm_d} d_{bm_b} - \delta_{ad}\delta_{m_a m_d} d^+_{cm_c} d_{bm_b} + \delta_{bd}\delta_{m_b m_d} d^+_{cm_c} d_{am_a} - \delta_{bc}\delta_{m_b m_c} d^+_{dm_d} d_{am_a} \right\} \qquad (39\,b)$$

On a de même en raison des relations d'anticommutation (13) :

$$\left[A^{ab}_{JM},\, A^{cd}_{J'M'}\right]_- = \left[A^{ab+}_{JM},\, A^{cd+}_{J'M'}\right]_- = 0. \qquad (40)$$

Si nous remplaçons en première approximation ce commutateur par sa valeur moyenne pour l'état $|\tilde{0}\rangle$, c'est-à-dire par son premier terme, nous obtenons des relations de commutation identiques à celles de bosons. Nous supposons que cette approximation reste valable lorsqu'il y a peu de quasi-particules excitées. A ces opérateurs est associée une énergie d'excitation $E_a + E_b$ puisque :

$$[A^{ab}_{JM}, H_{11}]_- = (E_a + E_b)A^{ab}_{JM}. \tag{41}$$

Le terme H_4 qui, une fois exprimé en fonction des d et d^+, crée ou absorbe quatre quasi-particules, et peut aussi en détruire une et en créer trois (ou l'inverse), couple entre elles ces excitations élémentaires, ainsi qu'à d'autres types d'excitation, par exemple celles à quatre quasi-particules.

b) **La forme quadratique de bosons.** — Pour mettre plus facilement en évidence le couplage entre les excitations que nous venons de définir, introduisons de nouvelles notations. Désignons par α, β, $\gamma\ldots$ tous les ensembles d'états à deux quasi-particules : ab, rangés dans un ordre tel que, par exemple, $\varepsilon_a \leqslant \varepsilon_b$. Les opérateurs $A^{ab^+}_{JM}$ et $A^{ba^+}_{JM}$ ne sont en effet pas indépendants car :

$$A^{ab^+}_{JM} = (-1)^{j_a - j_b + J} A^{ba^+}_{JM} \tag{42}$$

ce qui entraîne que si $a = b$, $A^{aa^+}_{JM}$ est nul si J est impair. Introduisons de nouveaux opérateurs $B^{\alpha^+}_{JM}$ et B^{α}_{JM} :

$$B^{\alpha^+}_{JM} = A^{ab^+}_{JM}(1 + \delta_{ab})^{-1/2}. \tag{43}$$

Calculons le commutateur $[B^{\alpha}_{JM}, \mathcal{H}]_-$, et décomposons chaque terme en produits normaux par rapport à $|\tilde{0}\rangle$. En utilisant les nouvelles définitions, nous pouvons le mettre sous la forme [1] :

$$[B^{\alpha}_{JM}, \mathcal{H}]_- = \sum_{\beta} P^{(J)}_{\alpha\beta} B^{\beta}_{JM} + (-1)^{J+M} Q^{(J)}_{\alpha\beta} B^{\beta^+}_{J-M} + R \tag{44}$$

où R est une combinaison de termes qui contiennent des opérateurs d^+d, et d'autres de la forme $d^+d^+d^+d$, etc., on obtient sans difficultés les expressions des matrices P et Q en prenant la valeur moyenne pour $|\tilde{0}\rangle$ des deux membres de (44), primitivement multipliés à droite par $B^{\beta^+}_{JM}$ ou à gauche par $(-1)^{J+M}B^{\beta}_{J-M}$. Ainsi :

$$\langle \tilde{0} | [B^{\alpha}_{JM}, \mathcal{H}]_- B^{\beta^+}_{JM} | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | B^{\alpha}_{JM}(\mathcal{H} - U)B^{\beta^+}_{JM} | \tilde{0} \rangle = P^{(J)}_{\alpha\beta} \tag{45}$$

$$\langle \tilde{0} | (-1)^{J+M} B^{\beta}_{J-M} [B^{\alpha}_{JM}, \mathcal{H}]_- | \tilde{0} \rangle = \langle \tilde{0} | (-1)^{J+M} B^{\beta}_{J-M} B^{\alpha}_{JM}(\mathcal{H} - U) | \tilde{0} \rangle = Q^{(J)}_{\alpha\beta}. \tag{46}$$

Dans le second membre, le terme R ne donne aucune contribution car c'est un produit normal d'opérateurs qui, par définition, ne contient pas linéairement les opérateurs B et B^+. Nous avons utilisé aussi :

$$\langle 0 | B^{\alpha}_{JM} B^{\beta^+}_{J'M'} | \hat{0} \rangle = \delta_{\alpha\beta}\delta_{JJ'}\delta_{MM'}. \tag{47}$$

Les expressions des matrices P et Q en fonction de G, H, K et de u et v sont données plus loin. Considérons alors la forme quadratique :

$$F = \sum_{\alpha\beta JM} P^{(J)}_{\alpha\beta} B^{\alpha^+}_{JM} B^{\beta}_{JM} + \frac{1}{2} Q^{(J)}_{\alpha\beta} [(-1)^{J+M} B^{\alpha^+}_{JM} B^{\beta^+}_{J-M} + h.c]$$

$$F = \sum_{J} F^{(J)}. \tag{48}$$

On vérifie aisément que le commutateur $[B^{\alpha}_{JM}, F]_-$ calculé en utilisant les relations de commutation approchées :

$$[B^{\alpha}_{JM}, B^{\beta^+}_{J'M'}]_- = \delta_{\alpha\beta}\delta_{JJ'}\delta_{MM'} \tag{49}$$

coïncide avec $[B^{\alpha}_{JM}, \mathcal{H}]_-$ si l'on néglige le terme R. C'est cette approximation qui est appelée l'approximation des quasi-bosons [18] [23] ou la linéarisation des équations du mouvement [25]. Le rapport avec la méthode de sommation des diagrammes en anneaux [41] apparaît si l'on examine la définition de $P^{(J)}_{\alpha\beta}$ et $Q^{(J)}_{\alpha\beta}$ (45) et (46). $P^{(J)}_{\alpha\beta}$ est en effet l'élément de matrice de $\mathcal{H} - U$ associé à la diffusion de deux quasi-particules de l'état $\alpha(ab)$ à un état $\beta(cd)$.

$Q^{(J)}_{\alpha\beta}$ est d'autre part l'élément de matrice de $\mathcal{H} - U$ associé à la création (ou à la destruction) de quatre quasi-particules dans tous les états possibles compatibles avec les règles d'addition des moments angulaires. La forme quadratique permet donc d'engendrer tous les diagrammes qui incluent uniquement les processus I et II, en particulier les diagrammes en anneaux. On obtient uniquement ces derniers types de diagrammes (en réalité aussi certains diagrammes d'échange) si, comme l'approximation des quasi-bosons l'implique on contraint deux lignes de quasi-particules issues d'un même vertex à se rejoindre dans un autre vertex, indépendamment du reste du diagramme, et en sommant ensuite sur toutes les valeurs de J et M.

[1] La notation $\sum_{\beta}$ est mise ici à la place de $\sum_{ab}$, a et b étant tels que :

$$\varepsilon_a \leqslant \varepsilon_b, \; |j_a - j_b| \leqslant J \leqslant j_a + j_b.$$

c) **Les matrices P et Q.** — On calcule les matrices $P^{(J)}$ et $Q^{(J)}$ sans difficulté en appliquant le théorème de Wick. Le résultat est le suivant :

Un fait remarquable est que ces matrices, pour chaque multipôle J ne dépendent que des quantités G_J, H_J, K_J. Leur expression est compliquée par la présence de

$$P^{(J)}_{\alpha\beta} = P^{(J)}_{ab,cd} = (E_a + E_b)\delta_{ac}\delta_{bd} + (1+\delta_{ab})^{-\frac{1}{2}}(1+\delta_{cd})^{-\frac{1}{2}} \times \{ (u_a u_b u_c u_d + v_a v_b v_c v_d)(G_J(abcd) + (-1)^{j_c - j_d + J} G_J(abdc)) + (u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d) J_J(abcd) + (-1)^{j_c - j_d + J} J_J(abdc)(u_a v_b v_c u_d + v_a u_b u_c v_d) \} \quad (50)$$

$$Q^{(J)}_{\alpha\beta} = Q^{(J)}_{ab,cd} = (1+\delta_{ab})^{-\frac{1}{2}}(1+\delta_{cd})^{-\frac{1}{2}} \times \{ -(u_a u_b v_c v_d + v_a v_b u_c u_d) \times (G_J(abcd) + (-1)^{j_c - j_d + J} G_J(abdc)) + (u_a v_b v_c u_d + v_a u_b u_c v_d) \times J_J(abcd) + (-1)^{j_c - j_d + J} J_J(abdc)(u_a v_b u_c v_d + v_a u_b v_c u_d) \} \quad (51)$$

nombreux facteurs statistiques qui dépendent des u et v. Ces matrices possèdent les propriétés de symétrie suivantes (que nous n'écrivons que pour P) déduites des propriétés (6) :

$$P^{(J)}_{ab,cd} = P^{(J)}_{cd,ab} = (-1)^{j_a - j_b + J} P^{(J)}_{ba,cd} = (-1)^{j_a + j_b + j_c + j_d} P^{(J)}_{ba,dc}. \quad (52)$$

Elles sont réelles puisque les G, H, K le sont aussi, de même que les u et v.

d) **Diagonalisation de $F^{(J)}$.** — La diagonalisation de $F^{(J)}$ s'effectue en recherchant une forme du type :

$$a_{JM} = \sum_\alpha \xi_\alpha B^\alpha_{JM} + (-1)^{J+M} \eta_\alpha B^{\alpha+}_{J-M} \quad (53)$$

telle que :

$$[a_{JM}, F^{(J)}] = \nu^{(J)} a_{JM} \quad (54)$$

les ν_J sont maintenant les énergies d'excitation du système. En portant (53) dans (54) et en identifiant les coefficients des opérateurs dans les deux membres on obtient une équation aux valeurs propres que nous écrivons ici sous forme symbolique :

$$\begin{vmatrix} P^{(J)} - Q^{(J)} \\ Q^{(J)} - P^{(J)} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \nu^{(J)} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \quad (55)$$

Les propriétés de cette équation ont été discutées par Thouless [28] et par Bloch [42]. Rappelons-en les principales :

— la matrice (55) admet en général $2n$ valeurs propres, n'étant ici la dimension du sous-espace des états à deux quasi-particules, elle n'est pas hermitique ;

— si ν est valeur propre ν^*, $-\nu^*$, $-\nu$ le sont aussi ;

— si ν est complexe le vecteur propre qui lui correspond est de norme nulle. La norme d'un vecteur propre est définie comme la somme :

$$\sum_\alpha |\xi_\alpha|^2 - |\eta_\alpha|^2 \quad (56)$$

— si ν et ν' sont valeurs propres réelles et distinctes les vecteurs propres correspondants sont orthogonaux :

$$\sum_\alpha \xi^*_\alpha \xi'_\alpha - \eta^*_\alpha \eta'_\alpha = 0 \quad (57)$$

— si la matrice (55) possède $2n$ valeurs propres réelles et distinctes, il correspond à chacune de ses valeurs propres positives des opérateurs a^i_{JM} et a^{i+}_{JM} qui satisfont, convenablement normalisés, aux relations de commutation :

$$[a^i_{JM}, a^{i'}_{J'M'}]_- = 0 = [a^{i+}_{JM}, a^{i'+}_{J'M'}]_- \quad (58)$$

$$[a^i_{JM}, a^{i'+}_{J'M'}]_- = \delta_{ii'}\delta_{JJ'}\delta_{MM'}. \quad (59)$$

Soit $|\psi_0\rangle$ l'état fondamental de F tel que :

$$a^i_{JM}|\psi_0\rangle = 0 \quad (60)$$

on obtient des états excités à un boson, deux bosons, etc., d'énergie ν, $\nu + \nu' \ldots$ en appliquant sur $|\psi_0\rangle$ un, deux ... opérateurs a^{i+}_{JM}.

$|\psi_0\rangle$ diffère évidemment de $|\tilde{0}\rangle$ puisque $\eta \neq 0$. On obtient la différence d'énergie entre les deux états si l'on écrit F sous la forme (ν étant réel $\neq 0$) :

$$F = \frac{1}{2} \sum_J \left\{ \sum_{i=1}^n \nu_i^{(J)} - \sum_{\alpha=1}^n P^{(J)}_{\alpha\alpha} \right\} + \sum_{JM} \sum_{i=1}^n \nu_i^{(J)} a^{i+}_{JM} a^i_{JM}. \quad (61)$$

Le premier terme, qui mesure cette différence est toujours négatif, en effet, il peut s'écrire aussi :

$$- \sum_J \sum_{i=1}^n \nu_i^{(J)} \sum_{\alpha=1}^n |\eta^{i(J)}_\alpha|^2. \quad (62)$$

e) **L'état redondant.** — La matrice qui correspond aux états 0^+ possède une propriété particulière, qui apparaît mieux si nous écrivons l'équation (55) sous la forme :

$$\begin{aligned} (P^{(J)} + Q^{(J)})(\xi - \eta) &= \nu^{(J)}(\xi + \eta) \\ (P^{(J)} - Q^{(J)})(\xi + \eta) &= \nu^{(J)}(\xi - \eta). \end{aligned} \quad (63)$$

Les expressions (50) (51) de $P^{(0)}$ et $Q^{(0)}$ sont simplifiées si nous négligeons comme dans le chapitre II les configurations à deux quasi-particules du type nlj, $n'lj$ ou $n \neq n'$.

Dans ces conditions :

$$[P^{(0)} - Q^{(0)}]_{aa,bb} = 2E_a\delta_{ab} + G_0(aabb). \qquad (64)$$

D'après (33) cette matrice a une valeur propre nulle. Le système (63) admet donc une solution :

$$\nu^{(0)} = 0 \quad \xi_\alpha = -\eta_\alpha = \xi_{aa} = \sqrt{2j_a + 1}\,u_a v_a. \qquad (65)$$

L'existence de cette solution est liée au fait que la transformation de Bogoliubov-Valatin ne conserve pas le nombre de particules [25] [28]. En effet, si nous appliquons l'opérateur N_{op} sur $|\,\tilde{0}\,\rangle$ nous obtenons un état qui n'est pas orthogonal aux états à deux quasi-particules couplées à zéro (ni à $|\,\tilde{0}\,\rangle$), l'opérateur N_{op} peut ainsi effectuer des transitions entre ces états et $|\,0\,\rangle$, l'élément de matrice étant :

$$\langle\,\tilde{0}\,|\,B^{\alpha}_{00}N_{op}\,|\,\tilde{0}\,\rangle = -\sqrt{2j_a + 1}\,u_a v_a. \qquad (66)$$

Les amplitudes ξ_{aa} correspondant à la valeur propre de (63) zéro sont justement de cette forme, elles font passer, par application de l'opérateur nombre de particules, de l'état $|\,\psi_0\,\rangle$ à un état $|\,\psi_0'\,\rangle$ de même énergie. Les autres états excités sont, dans l'approximation, orthogonaux à $|\,\psi_0'\,\rangle$ en raison de relations (57). La R. P. A. a donc le mérite de bien séparer l'état $|\,\psi_0'\,\rangle$ non physique et de le rendre orthogonal aux autres états excités de moment angulaire 0.

III. — Diagonalisation approchée de $\mathcal{H}$

On peut aussi pour calculer les états excités utiliser une approximation qui se rapproche de celles employées d'ordinaire dans les calculs du modèle des couches. Elle consiste à diagonaliser $\mathcal{H}$ dans le sous-espace des configurations de plus faible énergie, soit ici des configurations à deux quasi-particules.

Étant donné la définition (45), le problème revient alors à diagonaliser $P^{(J)}$. Si nous écrivons un état excité sous la forme :

$$|\,\psi_{JM}\,\rangle = \sum_\alpha \varphi_\alpha B^{\alpha\dagger}_{JM}\,|\,\tilde{0}\,\rangle \qquad (67)$$

le problème aux valeurs propres est le suivant :

$$\sum_\beta P^{(J)}_{\alpha\beta}\varphi_\beta = \nu^{(J)}\varphi_\alpha. \qquad (68)$$

Cette approximation (Approximation I) est la limite de la R. P. A. (Approximation II) dans la mesure où les corrélations que cette dernière approximation introduit dans l'état fondamental sont négligeables ($\eta = 0$). Elle ne permet pas cependant d'isoler l'état non physique.

Remarquons que la contribution de chaque multipôle au premier terme de (62) s'écrit :

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\nu_i^{(J)}(\mathrm{II}) - \nu_i^{(J)}(\mathrm{I})\right) = -\sum_{i=1}^{n}\nu_i^{(J)}(\mathrm{II})\sum_{\alpha=1}^{n}|\,\mu_\alpha^{i(J)}\,|^2.$$

Le premier membre, différence des énergies d'excitation dans les approximations II et I est toujours négatif (pour ν (II) réels).

DEUXIÈME PARTIE

CHAPITRE PREMIER

POSITION DU PROBLÈME

La théorie que nous avons présentée dans la première partie s'applique particulièrement bien au cas de noyaux lourds, sphériques, qui possèdent seulement des particules de même espèce en dehors des couches fermées. En effet, une première approximation, pour ce type de noyaux, consiste à ne tenir compte que de l'interaction entre les nucléons de la couche incomplète, les particules des couches fermées n'intervenant que par l'intermédiaire du potentiel self consistant. Le problème de l'état fondamental est simplifié puisque les particules des couches fermées, à l'opposé de celles qui occupent la couche incomplète, ne peuvent effectuer facilement de transitions par paires. La surface de Fermi n'est donc susceptible d'être modifiée que dans la région délimitée par la couche incomplète et le problème de l'appariement entre neutrons et protons ne se pose pas.

Parmi les travaux qui ont porté sur ce type de noyaux il faut citer tout d'abord ceux de True et Ford [45] sur le Pb^{206}. Ces auteurs ont tenu compte, par une diagonalisation exacte, de l'interaction entre les deux trous de neutrons de la couche 82-126. Les

paramètres de la force qu'ils ont choisie ont été ajustés de manière à rendre compte des propriétés du système à deux corps. Ils ont simulé l'effet des protons en ajoutant, à la manière habituelle, à l'Hamiltonien décrivant les deux trous un Hamiltonien de photons phénoménologiques, et en couplant par un terme d'interaction les deux types d'excitation. Ce couplage affecte peu les énergies des états de neutron, l'accord avec l'expérience est très satisfaisant, en revanche il est indispensable pour obtenir les probabilités de transition car ce sont les phonons qui apportent une charge.

Kisslinger et Sorensen [46] ont par ailleurs étudié tous les isotopes ou isotones connus qui possèdent une seule couche complète. Leur interaction comporte deux termes indépendants : la force de pairing et la force quadrupolaire. Le premier a été introduit par Mottelson [47] en physique nucléaire de manière à idéaliser le comportement d'une force δ, il permet de rendre compte des propriétés d'appariement : gap, spectre de quasi-particules, différence de masse entre noyaux pairs et noyaux impairs. Le deuxième terme, la force d'Elliott, est responsable des effets dits à longue portée : niveaux collectifs 2^+, déformation du noyau. Toutefois, Kisslinger et Sorensen ont fait appel à la méthode adiabatique pour introduire les variables collectives et au « cranking model » pour calculer la fréquence de ces excitations. Le paramètre de la force quadrupolaire est alors ajusté, dans chaque région, de manière à reproduire l'énergie expérimentale du premier 2^+. Les résultats obtenus sont très convaincants, les deux constantes de couplage varient lentement lorsque change le nombre des particules des couches complètes. L'interaction choisie d'une part, les approximations utilisées [1] d'autre part, permettent des calculs simples. Cependant, rien dans la théorie n'autorise une telle séparation. Cette interaction semble assez éloignée de l'interaction entre deux nucléons libres puisque la force d'Elliott n'est pas invariante par translation. De plus, la composante quadrupolaire joue un rôle privilégié et il est nécessaire d'ajouter des composantes supplémentaires pour obtenir des niveaux collectifs 0^+, 3^-, 4^+ en introduisant un nouveau paramètre pour chaque multipôle. Une interprétation de cette interaction est possible si l'on considère, comme Mottelsson, que la polarisation des couches complètes renormalise les différents multipôles qui caractérisent l'interaction apparente entre les nucléons extérieurs [47]. Toutefois, le problème de la relation entre cette interaction et l'interaction réelle reste posé.

Le calcul des deux propriétés de courte et de longue portée à partir d'une seule interaction, de portée finie, restait à faire. Il nous a semblé intéressant de choisir une interaction d'un type souvent utilisé dans les calculs du modèle des couches, tels que ceux de True et Ford, de Ferrell et Vischer, de Gillet et Vinh Mau, de manière à faire le lien entre ces calculs et ceux de Kisslinger et Sorensen. Les résultats d'un traitement approché d'une telle interaction peuvent donner d'autre part des informations sur l'importance des corrélations et des configurations négligées, en particulier, celles du cœur. Par ailleurs, il est clair que l'usage d'une interaction dont le développement multipolaire n'est pas aussi singulier que ceux de la force de pairing et de la force d'Elliott peut permettre d'obtenir, à côté des niveaux 2^+, d'autres états qui présentent un caractère collectif, en accord avec la situation expérimentale.

Enfin, il était indispensable pour délimiter le rôle de la phénoménologie d'effectuer une recherche systématique des meilleurs paramètres en explorant une large région de l'espace des paramètres, notamment des énergies individuelles, puisqu'il serait beaucoup trop compliqué de les calculer par la méthode d'Hartree-Fock.

C'est dans cet esprit que nous avons entrepris un calcul des niveaux des isotopes de l'étain, choisis à cause de leur grand nombre ($112 \leqslant A \leqslant 125$) et de l'abondance des résultats expérimentaux.

CHAPITRE II

LES PARAMÈTRES DU PROBLÈME ET LES PROPRIÉTÉS D'APPARIEMENT DE L'INTERACTION

I. — L'interaction

Le potentiel d'interaction que nous avons choisi [48] peut s'écrire sous la forme :

$$W_{ij} = -V_0 e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\mu}\right)^2}\left(\frac{1-\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j}{4}+\omega\frac{3+\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j}{4}\right) = e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\mu}\right)^2}(V^w + V^\sigma(\vec{\sigma}_i.\vec{\sigma}_j)) \tag{76}$$

[1] Notamment la négligence des termes de recouplage.

$r_{ij} = |\vec{r_i} - \vec{r_j}|$ est la coordonnée relative entre les particules i et j. On reconnaît dans (76) les projecteurs sur les états singulet et triplet de spin. Cette interaction contient 3 paramètres : l'intensité dans l'état singlet V_0, le paramètre du mélange triplet/singlet ω, la portée μ. La seconde forme dans laquelle on a séparé la force purement centrale (force dite de Wigner), $V^w = -V_0\left(\frac{1+3\omega}{4}\right)$, de la partie dépendant du spin, $V^\sigma = -V_0\left(\frac{\omega-1}{4}\right)$ est mieux adaptée au calcul des éléments de matrice [48].

Cette interaction a été employée dans de nombreux calculs aussi bien sur les noyaux légers [22] que sur les noyaux lourds [45]. Si l'on admet la conservation du spin isotopique c'est la partie d'une interaction plus générale relative aux états $T = 1$, et les deux potentiels qui figurent dans (76) sont alors respectivement les potentiels singlet-pair et triplet-impair. Cette force n'est qu'une assez grossière approximation de l'interaction entre deux nucléons libres puisqu'elle néglige le cœur dur ou le terme dépendant des vitesses qui le remplace dans des travaux plus récents [49], aussi bien que la force tenseur ou le terme spin-orbite ; la forme gaussienne pour la partie radiale avec une même portée quels que soient les états de spin a été choisie, pour simplifier les calculs, de préférence à une forme de Yukawa.

Nous verrons pourtant plus loin que les propriétés d'appariement de cette interaction sont très voisines de celles d'une force plus réaliste ajustée pour le problème de la diffusion nucléon nucléon [49].

II. — Les fonctions d'onde et les énergies individuelles

Les états individuels de la couche incomplète sont, pour les étains, les états $2d\ 5/2$, $1g\ 7/2$, $3s\ 1/2$, $2d\ 3/2$ de la couche $\nu = 4$ et celui $1h\ 11/2$ de la couche $\nu = 5$ de parité différente, ν étant le nombre de quantas dans un modèle d'oscillateur harmonique. Malheureusement, il est impossible de déduire directement de l'expérience les différences d'énergie entre ces sous-couches puisque le noyau Sn^{101} est très éloigné de la courbe de stabilité aussi doit-on les considérer comme paramètres, ce qui avec μ, V_0, ω porte leur nombre à 7. L'examen des spectres expérimentaux et de ceux théoriques de Kisslinger et Sorensen permet néanmoins de prédire l'ordre des niveaux : $d\ 5/2$, $g\ 7/2$, $s\ 1/2$, $d\ 3/2$, $h\ 11/2$ qui est l'ordre de succession des spins des états fondamentaux lorsque A croît. Les fonctions d'onde et les énergies individuelles doivent varier, dans un calcul de Hartree-Fock généralisé, avec le nombre de particules, il est difficile d'estimer à l'heure actuelle l'importance de cette variation pour $112 \leqslant A \leqslant 125$ vu la complexité numérique du problème de Hartree Fock (cf. paragraphe 5). Les fonctions d'onde individuelles que nous avons utilisées sont celles de l'oscillateur harmonique, le paramètre α de ces fonctions d'onde est lié à la fréquence Ω par $\alpha = \sqrt{\frac{m\Omega}{\hbar}}$. Si l'on essaie d'établir une relation entre le rayon expérimental et le paramètre α on trouve que [50] $\alpha = A^{-\frac{1}{6}} f^{-1}$ (ou $\hbar\Omega = 41\ A^{-1/3}$ MeV). Cette variation de α qui a sans doute un sens lorsque A se déplace dans un très large domaine n'a sans doute pas beaucoup de signification dans notre cas où elle est très faible. Aussi avons-nous choisi $\alpha(A) = C^{te} = 0{,}454\ f^{-1}$ de manière à rendre compte du rayon de Sn^{116}. Les éléments de matrice de l'interaction dépendent en réalité du produit $\alpha\mu$ et toute variation de α est donc équivalente à une variation de μ.

III. — Les propriétés d'appariement de l'interaction

Dans le tableau I nous avons porté les éléments de matrice $G_0^w(aabb)$ et $G_0^\sigma(aabb)$ calculés pour une portée $\mu = 1{,}55\ f$ et une intensité V_0^w ou V_0^σ de 1 MeV. On doit noter que ces rapports, que l'on considère comme constants dans le cas d'une force de pairing présentent de grandes fluctuations. Pour la force de Wigner, les éléments diagonaux sont plus importants que les éléments non diagonaux, les éléments de matrice sont de même signe exceptés ceux dans lesquels l'état $1h\ 11/2$ apparaît une seule fois. G_0^w est toujours de signe opposé à G_0^σ, ses éléments diagonaux ne sont pas systématiquement plus grands que ses éléments non diagonaux, à l'exce-

TABLEAU I

Éléments de matrice nécessaires au calcul du gap, dans la deuxième colonne figurent ceux d'une force de Wigner, dans la troisième ceux d'une force spin-spin la portée est $\mu = 1{,}55\ f$, l'intensité est V^w ou $V^\sigma = 1$ MeV.

a	b	$G_0^w(aabb)/\sqrt{(2j_a+1)(2j_b+1)}$	$G_0^\sigma(aabb)/\sqrt{(2j_a+1)(2j_b+1)}$
$d\ 5/2$	$d\ 5/2$	− 0,00518	0,01180
$g\ 7/2$	$g\ 7/2$	− 0,00533	0,00805
$s\ 1/2$	$s\ 1/2$	− 0,01234	0,03702
$d\ 3/2$	$d\ 3/2$	− 0,00636	0,01063
$h\ 11/2$	$h\ 11/2$	− 0,00355	0,00620
$d\ 5/2$	$g\ 7/2$	− 0,00126	0,00522
$d\ 5/2$	$s\ 1/2$	− 0,00270	0,00810
$d\ 5/2$	$d\ 3/2$	− 0,00284	0,01415
$d\ 5/2$	$h\ 11/2$	0,00190	− 0,00451
$g\ 7/2$	$s\ 1/2$	− 0,00130	0,003922
$g\ 7/2$	$d\ 3/2$	− 0,00216	0,00433
$g\ 7/2$	$h\ 11/2$	0,00128	− 0,00937
$s\ 1/2$	$d\ 3/2$	− 0,00270	0,00810
$s\ 1/2$	$h\ 11/2$	0,00132	− 0,00395
$d\ 3/2$	$h\ 11/2$	0,00116	− 0,00525

tion de la configuration $a = b = 3s\ 1/2$ qui présente dans les deux cas de très grands éléments de matrice. Le rapport G_0^σ/G_0^w, égal à -3 pour une force $\delta(|\vec{r_i} - \vec{r_j}|)$, varie dans notre cas assez largement de $-1{,}5$ à $-7{,}3$, on peut remarquer néanmoins que le rapport des valeurs moyennes $\bar{G}_0^\sigma/\bar{G}_0^w = -2{,}8$ est voisin de -3. Les propriétés d'appariement de notre force sont donc, pour de petites valeurs de ω, similaires à celles d'une force δ, c'est-à-dire d'une force singlet et l'on peut s'attendre à ce que la grandeur des Δ_a soit relativement indépendante de a. Plus ω est grand et plus les fluctuations des éléments de matrice peuvent devenir importantes. Pour une force purement triplet pour laquelle $V^w = 3V^\sigma$ certains éléments de matrice s'annulent, d'autres changent de signe et les équations (32) peuvent ne pas avoir de solution réelle. C'est ainsi que pour $\omega > 2$ la méthode adoptée n'a pas donné de solution après 50 itérations.

Afin de comparer les fluctuations des éléments de matrice suivant la force employée nous avons porté dans la figure 1 les quantités $|G_0(aabb)|/\widehat{j_a}\,\widehat{j_b}$, en choisissant $|G_0(5/2\ 5/2\ 5/2\ 5/2)|/6$ comme unité. Cette normalisation a l'avantage de fournir une meilleure comparaison entre éléments diagonaux et non diagonaux. Les éléments de matrice sont portés dans la figure 1, pour la force de Wigner, pour la force $(\vec{\sigma_i}.\vec{\sigma_j})$ Wigner, dans la figure 2 pour une force δ avec des fonctions d'ondes d'oscillateur harmonique ainsi qu'avec les fonctions d'ondes d'un puits carré infini (dans ces deux derniers cas d'après H. Noya et al.) [52].

Brink et Coolie [51] ont récemment calculé les éléments de matrice du potentiel dépendant des vitesses proposé par Green [49] pour rendre compte de la diffusion nucléon-nucléon. Ils ont utilisé des fonctions d'ondes radiales identiques aux nôtres. Leur résultat est porté également dans la figure 1.

Le résultat obtenu est remarquable puisque la force $(\vec{\sigma_i}.\vec{\sigma_j})$ Wigner, et la force δ et dans ce cas pour deux formes des fonctions d'onde radiales, conduisent aux mêmes fluctuations pour les mêmes configurations que la force dépendant des vitesses. C'est ainsi que trois maxima existent pour $a = b = 3s\ 1/2$; $a = 2d\ 5/2$, $b = 2d\ 3/2$; $a = 1g\ 7/2$, $b = 1h\ 11/2$.

Pour la force de Wigner, il existe une cohérence certaine avec la force dépendant des vitesses, bien que les deux premiers maxima soient moins prononcés. Les propriétés que nous décrivons ici semblent liées principalement à la partie de portée nulle de l'interaction, elles ne dépendent guère de sa forme. Les rapports étudiés dans la figure 1 changent très peu lorsque l'on utilise une plus longue portée, par exemple $\mu = 1{,}85$. De grandes variations de ω par contre ne sont pas permises si l'on veut être proche d'une interaction plus réaliste.

En conclusion, l'usage d'une force dépendant des

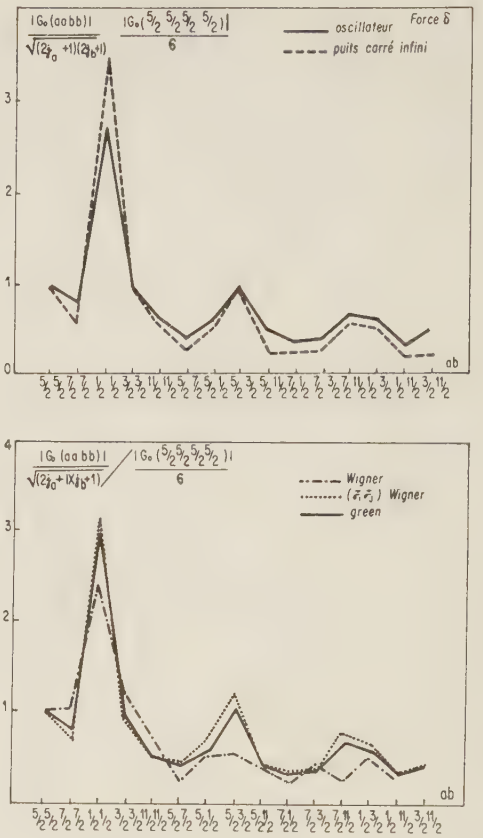

FIG. 1-2. — *Rapports des éléments de matrices nécessaires au calcul des Δ_a pour toutes les configurations ab. On a pris comme unité l'élément qui correspond à la couche 5/2.*

vitesses n'apparaît pas indispensable, tout au moins en ce qui concerne ces propriétés, puisque le même résultat peut être obtenu avec une force gaussienne ou une force δ d'intensité convenable, et présentant une composante triplet inférieure ou égale à la composante singlet. Nous ne disposons pas des autres éléments de matrice du potentiel de Green qui permettraient une comparaison plus poussée avec la force que nous utilisons ici.

IV. — Fluctuation des Δ_a, comparaison avec la force de Pairing

La variation des éléments de matrice suivant les états a, b, examinée au paragraphe 4 complique beaucoup la résolution numérique du système (32). En effet, un Δ_a différent est maintenant associé à chaque état de particule indépendante a. Néanmoins, comme on le voit sur la figure 3 dans laquelle nous avons porté tous les Δ_a en fonction de A pour une force de Wigner, la dispersion des Δ_a n'est pas très grande, à 25 p. 100

près les Δ_a sont indépendants des états a et la courbe moyenne est très voisine de celle obtenue par Kisslinger et Sorensen pour une force de pairing. La dispersion est plus réduite encore pour une force singlet, elle augmente si la force comporte une plus grande composante triplet. Certains Δ peuvent à ce moment devenir très petits sans que pour cela le gap dans le spectre des noyaux pairs soit réduit.

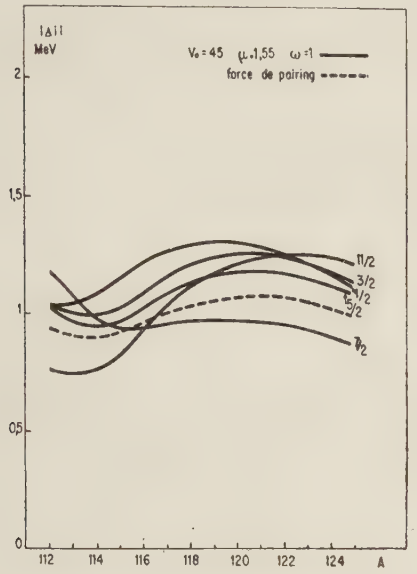

FIG. 3. — *Les Δ_a, calculés avec les paramètres du tableau II, n° I, sont portés en traits pleins. La courbe en pointillé est celle obtenue par Kisslinger et Sorensen* [46].

V. — Les termes de-self énergies

Nous avons vu plus haut, en utilisant les approximations usuelles pour calculer le rayon, que le paramètre α des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique variait peu dans la région étudiée. La transformation canonique nous fournit alors une possibilité d'estimation de la variation des énergies individuelles avec A. En effet $\tilde{\varepsilon}_i$ varie avec A puisque μ_i, le terme de self-énergie défini par (23), dépend de la distribution des paires qui est une fonction de A :

$$\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + \mu_i - V_i - \lambda.$$

Si l'on postule que ε_i et V_i sont les énergies individuelles et le potentiel moyen provenant uniquement des nucléons des couches fermées, c'est-à-dire caractérisant le noyau fictif Sn^{101}, l'inclusion de μ_i introduit une renormalisation due à l'addition de nucléons dans la couche extérieure. Dans cet esprit, nous pouvons, en tenant compte de μ_i dans l'expression de $\tilde{\varepsilon}_i$ (le terme V_i qui ne varie pas avec A peut être négligé) résoudre les équations (31) (32) et examiner la variation qui en résulte. Nous avons porté en fonction de A dans la figure 4 les valeurs de $\varepsilon_i + \mu_i$ (les ε_i sont ceux de K. S.) obtenues dans un calcul pour lequel $V_0 = 40$, $\omega = 0$, la portée $= 1{,}55\ f$. Il est remarquable de noter que les courbes tracées pour chaque valeur de A sont grossièrement parallèles.

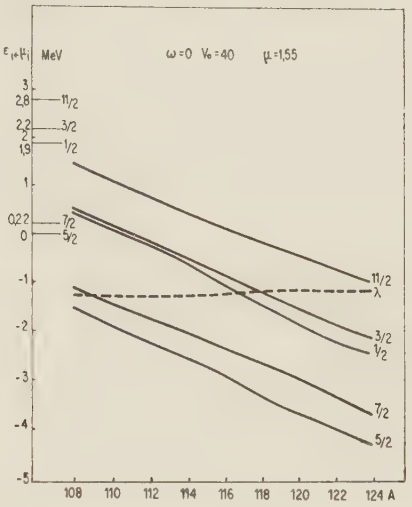

FIG. 4. — *Variation de $\varepsilon_a + \mu_a(A)$ pour une force de portée finie, les ε_a sont ceux de la référence* [46]. *La courbe en pointillé indique pour chaque noyau la valeur du potentiel chimique.*

Dans ces conditions, l'inclusion de μ_i revient pour chaque valeur de A à modifier le zéro d'énergie, ou ce qui revient au même λ. Puisque $\varepsilon_i + \mu_i(A) - \lambda \approx \varepsilon_i + C^{te} - \lambda = \varepsilon_i - \lambda'$, l'inclusion de μ_i change peu les énergies de quasi-particules. Par contre, ce terme est important si l'on s'intéresse à l'énergie absolue de l'état fondamental, les μ_i interviennent alors sous une forme différente puisque U peut s'écrire :

$$U = -\frac{1}{4}\sum_i (2j_i + 1)\frac{(E_i - \tilde{\varepsilon}_i)(E_i - \tilde{\varepsilon}_i + \mu_i)}{E_i}. \quad (77)$$

Nous pouvons nous intéresser maintenant à la valeur absolue de la constante, en particulier à sa variation en fonction de ω, $\mu_i(A)$ est de l'ordre de $-4{,}5$ MeV dans Sn^{124} pour $\omega = 0$. On conçoit facilement que l'inclusion du terme triplet puisse l'augmenter car $\mu_i(A) = \mu_{i,s=0}(A) + \omega\mu_{i,s=1}(A)$. Pour $\omega = 1$, $\mu_i(124)$ est voisin de -15 MeV. Il est réduit et peut même devenir positif si $\omega < 0$.

Une telle variation n'est pas significative puisque les énergies et les fonctions d'onde individuelles des nucléons du cœur ne changent pas dans cette approximation. Il n'est pas exclu en effet qu'une faible variation du rayon introduise par l'intermédiaire des nucléons du cœur une autre modification importante des ε_i. En effet si l'on fait appel à la méthode de Hartree-Fock, les nucléons des couches complètes interviennent dans de nombreux éléments de matrice et peuvent peut-être annuler en partie la variation trop importante de $\mu_i(A)$ avec A trouvée ici.

Pour ces raisons et parce que les propriétés auxquelles nous nous intéressons peuvent être reliées aux énergies de quasi-particules, peu modifiées par l'inclusion de μ, nous avons négligé les self énergies et résolu les équations (31) (32) en posant :

$$\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i - \lambda.$$

CHAPITRE III

DESCRIPTION DES QUANTITÉS RELIÉES A L'HAMILTONIEN DE QUASI-PARTICULES LIBRES

I. — Les différences de masse entre noyaux voisins

Dans le modèle des quasi-particules libres l'énergie de liaison totale (positive), B(A), du noyau A s'écrit (pour Z constant) :

$$B(A) = -U(A) \quad \text{si A est pair} \qquad (80\ a)$$
$$B(A) = -U(A) - E_{min}(A) \quad \text{si A est impair} \qquad (80\ b)$$

où U(A) est la valeur moyenne de $H - \lambda N$ pour l'état de B. C. S., $E_{min}(A)$ la plus petite énergie de quasi-particule du noyau impair. Le calcul de l'énergie de liaison absolue des noyaux est, on le sait, un problème délicat, non résolu, qui pourrait cependant être abordé avec des chances de succès dans le cadre d'un calcul de Hartree-Fock. Il est néanmoins possible dans une théorie où l'on ne traite que les interactions entre les particules de la couche extérieure de calculer des différences d'énergie de liaison de noyaux voisins, dans lesquelles c'est une bonne approximation de supposer que sont éliminées les contributions des états du cœur. La quantité :

$$\delta(A) = B(A+1) + B(A-1) - 2B(A)$$

est particulièrement intéressante. Elle se confond à l'approximation (80) avec $2E_{min}(A)$ si U varie linéairement avec A puisque nous pouvons l'écrire :

$$\delta(A) = (U(A) - U(A+1)) - (U(A-1) - U(A)) + 2E_{min}(A) \approx 2E_{min}(A).$$

C'est dans une approximation analogue le terme d'énergie de « pairing » qui figure dans la formule semi-empirique des masses. La formule précédente fournit donc par interpolation une mesure du « gap » dans le spectre des noyaux pairs voisins. Les mesures des énergies de séparation du dernier neutron, plus précises que les mesures des masses absolues permettent d'obtenir $\delta(A)$. Parmi les résultats expérimentaux, nous avons choisi au début de nos calculs ceux donnés dans les Nuclear Data Sheets [53] (notés *a*). Les récentes expériences de Barber et al. [54] nous ont obligé par la suite à reconsidérer nos calculs. En effet, les différences de masse (notées *b*) obtenues par ces derniers auteurs, plus précises, malheureusement incomplètes pour $A < 117$ sont au sommet, sinon au-dessus (pour $A = 117$) des barres d'erreurs des Nuclear Data Sheets (cf. fig. 10), ce qui modifie sérieusement, comme on le verra plus loin, la discussion des noyaux pairs.

II. — Les spectres des noyaux impairs

Les spectres des noyaux impairs [53] [55] [56] présentent, surtout pour $A > 115$, trois niveaux de spins respectifs 1/2, 3/2, 11/2 très voisins, de faible énergie d'excitation (< 0,500 MeV) nettement séparés d'autres niveaux de spin 5/2, 7/2, etc. (cf. fig. 11) en plus grand nombre. Cette situation suggère que les fonctions d'onde des trois premiers états ont des caractéristiques très voisines et qu'elles peuvent être approchées par celles des états à une quasi-particule correspondants. La présence d'un plus grand nombre d'états 5/2 et 7/2 indique au contraire un couplage plus important entre les états à une quasi-particule de spin 5/2 et 7/2 et les états à trois quasi-particules. C'est dans cette approximation que nous avons calculé les niveaux 1/2, 3/2, 11/2 des noyaux impairs en déterminant Δ et λ par les équations (31) (32) dans lesquelles N est impair sans rechercher un accord pour les niveaux 5/2 et 7/2, qui, pour être convenablement décrits, nécessitent un calcul plus complet. L'ordre des niveaux pour $A = 113$ (où le niveau 7/2 est placé au-dessus du 5/2), l'ordre de succession des spins des états fondamentaux nous indiquent alors que l'ordre de succession des énergies individuelles est voisin de celui de Kisslinger et

Sorensen. On notera que le niveau 1/2 est l'état fondamental pour $113 \leqslant A \leqslant 119$, alors que classiquement il ne devrait figurer à cette place que dans Sn^{117}.

III. — Recherche des meilleurs paramètres

Afin de rendre compte au mieux des sept différences de masse et des trois premiers niveaux 1/2, 3/2, 11/2 des noyaux impairs $113 \leqslant A \leqslant 125$, nous avons recherché dans l'espace des paramètres μ, ω, V_0, ε_a, les minima de deux χ^2 définis par :

$$\chi^2_\delta(\mu, \omega, V_0, \varepsilon_a) = \frac{1}{7} \sum_{A=113}^{125} \left[\frac{2E_{min}(A) - \delta(A)}{\Delta\delta(A)} \right]^2 \qquad (81)$$

$$\chi^2_{impair}(\mu, \omega, V_0, \varepsilon_a) = \frac{1}{21} \sum_{A=113}^{125} \sum_{i=1/2,3/2,11/2} \{ (E_i(A) - E_{min}(A)) - \text{énergies exp} \}^2 \qquad (82)$$

dans lesquels la somme porte sur les A impairs. $\Delta\delta(A)$ est la demi-barre d'erreur sur la différence de masse expérimentale. La pondération par l'inverse de cette erreur était nécessaire dans le cas *a*. Nous ne l'avons pas introduite dans le cas *b* (la somme dans les χ^2_δ porte alors seulement sur $117 \leqslant A \leqslant 123$) en raison de la précision des résultats de Barber et al. Les différences $E_i(A) - E_{min}(A)$ sont les énergies d'excitation des états à une quasi-particule de spin *i* des noyaux impairs, qui sont comparées aux différences d'énergie expérimentales correspondantes.

Nous indiquons ci-dessous le domaine de l'espace des paramètres dans lequel nous avons recherché les minima des χ^2 :

— la portée, celui de nos paramètres que nous avons changé le moins souvent a varié entre 1,35 *f* et 2 *f* par pas de 0,1 *f* ;

— le paramètre de mélange ω entre — 2 et 2 par pas de 1 ou de 0,5 ;

— l'intensité V_0, pour $\mu = 1{,}55$ *f*, entre 30 et 50 MeV par pas de 5 MeV ou de 2,5 MeV suivant les cas. Pour d'autres portées, nous l'avons changée en suivant la formule $V_0\mu^2 = C^{te}$.

Nous avons trouvé plus commode, après des calculs préliminaires, de choisir comme paramètres les différences d'énergie suivantes entre les 5 sous-couches : $\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,1/2$, $\varepsilon\,1/2 - \varepsilon\,7/2$, $\varepsilon\,7/2 - \varepsilon\,5/2$, $\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,3/2$. Chacune d'elles a varié dans de larges limites par pas de 0,1 ou de 0,2 MeV.

$$0 \leqslant \varepsilon\,7/2 - \varepsilon\,5/2 \leqslant 1 \qquad -0{,}2 \leqslant \varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,3/2 \leqslant 0{,}8$$
$$1{,}5 \leqslant \varepsilon\,1/2 - \varepsilon\,7/2 \leqslant 2{,}5 \qquad 0{,}5 \leqslant \varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,1/2 \leqslant 1{,}5$$

Pour explorer ce domaine nous avons suivi une méthode d'itération : on choisit au départ un jeu de paramètres, par exemple les ε_a, les autres paramètres étant fixés, auxquels on donne plusieurs valeurs appartenant à la région indiquée ci-dessus. Après examen des résultats, le calcul est répété avec un quadrillage modifié dans la direction de décroissance des χ^2. Le calcul est simplifié par le fait que les régions de minimum du χ^2_δ et du χ^2_{impair} coïncident dans la plupart des cas (cf. paragraphe suivant). Une fois atteinte la région de minimum on reprend un nouveau calcul par la même méthode en changeant le jeu des paramètres variables par exemple ω, V_0 et μ.

IV. — La région de meilleur accord

Il y a un certain arbitraire dans la définition d'une région de meilleur accord car cette notion dépend du degré de validité que l'on attribue à la théorie. Étant donné les approximations introduites dans le calcul des grandeurs physiques que nous considérons ici : par exemple, négligence des états à trois quasi-particules dans les noyaux impairs et de certaines corrélations dans les états fondamentaux des noyaux pairs, usage des fonctions d'onde d'un puits infini, etc. des différences de une ou deux centaines de kiloélectronvolts par rapport aux valeurs expérimentales peuvent ne pas être très significatives. Nous pouvons cependant, pour fixer les idées, déterminer une région dans laquelle les χ^2 sont inférieurs à une valeur arbitraire, par exemple 0,0025, qui assure que les données expérimentales sont reproduites avec une erreur inférieure à 150 keV.

Nous préférons, pour présenter nos résultats, mettre l'accent sur ceux obtenus à partir des différences de masse de Barber et al., pour des raisons qui apparaîtront au cours de la discussion des spectres des noyaux pairs. Si la région du meilleur accord (principalement la valeur de V_0) est modifiée par rapport aux données *a*, le comportement des χ^2 en fonction des divers paramètres est en

TABLEAU II

	N° I	N° II	N° III	N° IV
μ (fermi)	1,55		1,55	1,85
V_0 (MeV)	45		37,5	34
ω	1	1	1	1
ε 5/2	0	0	0	0
ε 7/2	0,4	0,6	0,8	0,2
ε 1/2	2,3	2,2	2,4	2,1
ε 3/2	3,1	3	3	3,2
ε 11/2	3,4	3,1	3,3	3,2
X^2_δ	0,0091		3,93	0,0188
X^2_{impair}	0,0089		0,0073	0,0192
Cas	*b*	*a*	*a*	*b*

revanche semblable dans les deux cas et les caractères généraux de la discussion qui va suivre s'appliquent aussi bien au cas *a*.

Pour faciliter cette discussion, nous avons choisi un ensemble de valeurs des sept paramètres, reporté dans le tableau II, n° I.

L'influence de chaque paramètre est étudiée séparément dans les figures 5 à 9 dans lesquelles un sinon deux paramètres varient tandis que les autres sont fixés à leur valeur du tableau II, n° I.

a) **Les paramètres de l'interaction.** — La portée :

La figure 5 met en évidence une relation particulièrement intéressante entre la portée et l'intensité. Le nombre supérieur qui figure à côté de chaque point indique la valeur du χ^2_δ, le nombre inférieur celle de χ^2_{impair} ; on lit, en abscisses la valeur de μ et en ordonnées celle du produit $V_0\mu^2$ qui correspondent à chaque point. La zone hachurée représente un domaine dans lequel $\chi^2_\delta \leqslant 0{,}025$. On remarque que la valeur de $V_0\mu^2$, pour laquelle sont reproduites, à 150 keV près, les différences de masse est une fonction qui varie lentement avec μ. Pour les portées les plus courtes :

$$V_0\mu^2 \approx 110 \text{ MeV } f^2$$

est une bonne approximation. Il est remarquable de noter que la valeur que nous trouvons est celle qu'ont adoptée, pour leur étude du Pb^{206}, True et Ford, qui l'ont ajustée de manière à obtenir dans le deutéron un état singlet d'énergie zéro. Elle conduit aussi, dans notre cas, à un accord satisfaisant pour les spectres des noyaux impairs ($0{,}0070 \leqslant \chi^2_{\text{impair}} \leqslant 0{,}0140$), par contre, elle ne concorde pas avec celle obtenue par V. Gillet et N. Vinh-Mau dans leur calcul de O^{16} et C^{12}, car, chez ces auteurs, $V_0\mu^2 = 67(C^{12})$ ou $45(O^{16})$, ce qui fait apparaître une différence importante entre les interactions effectives des noyaux légers et celle des noyaux plus lourds.

Pour de plus grandes portées, il semble nécessaire d'augmenter $V_0\mu^2$. On peut remarquer aussi que c'est pour $\mu < 1{,}70\ f$ que $\chi^2_\delta \leqslant 0{,}010$. Bien qu'il soit possible par un meilleur choix des énergies individuelles d'améliorer sensiblement le χ^2_δ pour les plus longues portées, c'est la valeur $\mu = 1{,}55\ f$ que nous avons retenue pour le tableau II, n° I, sans que l'on puisse rejeter pour cela une autre valeur.

Il faut noter aussi que la région du meilleur accord pour les spectres des noyaux impairs est beaucoup plus vaste que celle pour les différences de masse, car le χ^2_{impair} varie beaucoup plus lentement en fonction de μ et de $V_0\mu^2$; c'est ainsi qu'à l'exception d'un seul point, on a partout dans le tableau $\chi^2_{\text{impair}} \leqslant 0{,}025$.

— L'intensité de la force singlet :

La variation du χ^2_δ avec V_0 est visible dans la figure 5. Elle apparaît davantage dans la figure 6 où l'on a porté le χ^2_δ en fonction de V_0 pour plusieurs valeurs de ω. Quel que soit ω, le χ^2_δ présente toujours un minimum très accentué : pour $\omega = 1$, $V_0 = 45$ MeV est la meilleure valeur autour de laquelle sont permises seulement de très petites variations. La forme des courbes des différences de masse théoriques dépend par contre peu de V_0, de même que la valeur du χ^2_{impair} qui est très satisfaisant pour $\omega = 1$ et $37{,}5 \leqslant V_0 \leqslant 50$.

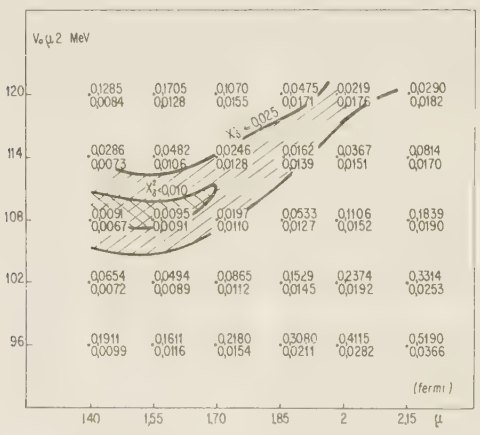

FIG. 5. — *Valeurs des χ^2 en fonction de μ et de $V_0\mu^2$. Le nombre supérieur qui figure à côté de chaque point est le χ^2_δ, le nombre inférieur le χ^2_{impair}. La première équipotentielle correspond à $\chi^2_\delta = 0{,}025$, la seconde à $\chi^2_\delta = 0{,}010$. Les autres paramètres sont ceux du tableau II, n° I.*

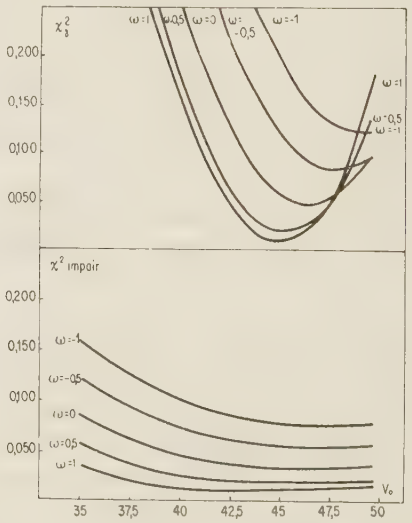

FIG. 6. — *Les χ^2 en fonction de V_0 pour plusieurs valeurs de ω, les valeurs des autres paramètres sont celles du tableau II, n° I.*

— L'intensité de la force triplet :

Si, comme nous venons de le voir, l'intensité de la force singlet est bien fixée par les différences de masse, il n'est pas de même de la force triplet, pour laquelle de plus grandes variations sont permises. Pour $\omega \leqslant 0$, la forme de la courbe $2\,E_{min}(A)$ est très sensible à ω. C'est ainsi que lorsque ω décroît, la valeur de la différence de masse pour $A = 125$ diminue alors qu'elle reste indépendante de ω pour les noyaux situés au milieu de la couche ($A = 115$). On peut penser en effet que ces noyaux mettent en jeu également toutes les configurations et que l'influence des fluctuations des rapports G_0^σ/G_0^w est ici moins importante, la force apparaissant alors comme une force singlet pure. Il est plus surprenant peut-être de constater que, pour $\omega > 0{,}5$ les différences de masse sont à peu près indépendantes de ω, le χ^2_δ gardant partout la même valeur (cf. fig. 7).

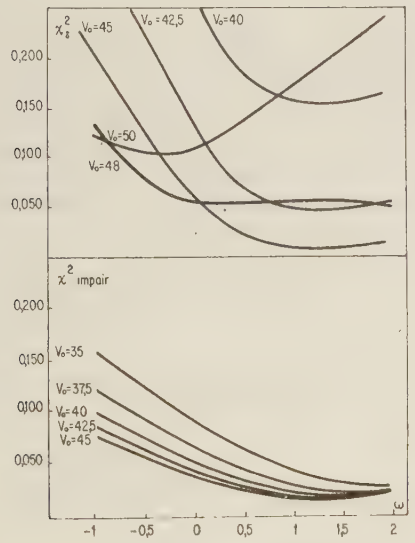

FIG. 7. — *Les χ^2 en fonction de ω pour plusieurs valeurs de V_0 (les valeurs des autres paramètres sont celles du tableau II, n° 1).*

Le χ^2_{impair} suit lui aussi la même règle. L'intensité de la force triplet semble donc pouvoir varier dans de larges limites, pour fixer les idées nous pouvons donner le domaine $0{,}5 \leqslant \omega \leqslant 2$, dans lequel les résultats du χ^2_δ et du χ^2_{impair} sont compatibles et très satisfaisants.

b) **Les énergies individuelles.** — Il est difficile de définir complètement le domaine permis pour les énergies individuelles. Ce domaine possède en effet une forme très compliquée, ce qui rend sa recherche difficile au cours du calcul numérique.

Deux faits importants méritent avant toute discussion d'être signalés :

— les régions où χ^2_δ et χ^2_{impair} sont tous deux $\leqslant 0{,}010$ se recouvrent dans la majorité des cas, si l'on adopte pour les ε_i l'ordre de Kisslinger et Sorensen ;

— les caractéristiques principales des spectres des noyaux pairs changent peu à l'intérieur de cette région (cf. chap. IV). Par conséquent, sans essayer de donner des limites exactes du domaine, nous pouvons nous attacher à déterminer grossièrement ses dimensions et à étudier la variation des χ^2 autour de la meilleure région.

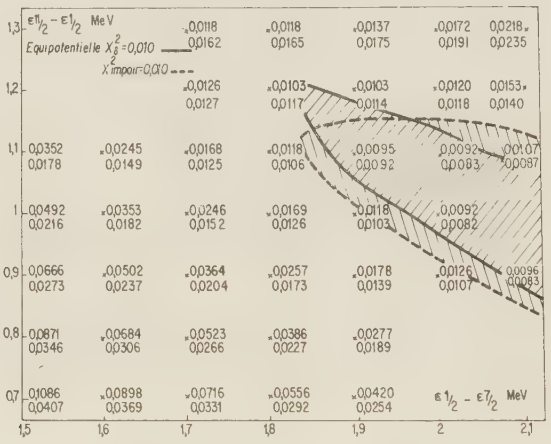

FIG. 8. — *Les χ^2 en fonction de $\varepsilon\,1/2$-$\varepsilon\,7/2$ et $\varepsilon\,11/2$-$\varepsilon\,1/2$. Les valeurs des χ^2 sont notées comme dans la figure 6. L'équipotentielle en trait plein correspond à $\chi^2_\delta = 0{,}010$, celle en pointillé à $\chi^2_{impair} = 0{,}010$. Les paramètres sont ceux du tableau II, n° 1.*

Dans la figure 8, la variation des χ^2 en fonction des paramètres $\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,1/2$ et $\varepsilon\,1/2 - \varepsilon\,7/2$ est mise en évidence. Nous pouvons en dégager un certain nombre de remarques :

— Les régions dans lesquelles les χ^2 sont tous deux inférieurs à 0,010 (hachurées sur la figure) se recouvrent, elles ont l'aspect de longues vallées qui suivent une direction selon laquelle la distance $\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,7/2$ est constante à une ou deux centaines de kiloélectrovolts près.

— Les χ^2 varient lentement autour de ces régions hachurées, en effet, le domaine dans lequel les $\chi^2 < 0{,}025$ est beaucoup plus grand.

Ces deux remarques dépendent en fait assez peu des positions des niveaux 5/2 et 3/2, toutefois, pour certaines valeurs de ces paramètres, les deux régions ne coïncident pas. En effet, si l'on examine le comportement des χ^2 en fonction de $\varepsilon\,7/2 - \varepsilon\,5/2$ et de

$\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,3/2$ (fig. 9), lorsque $\varepsilon\,3/2 > \varepsilon\,11/2$ le χ^2_δ prend une très bonne valeur alors que la région de minimum du χ^3_{impair} s'obtient pour les valeurs positives de $\varepsilon\,11/2 - \varepsilon\,3/2$. On notera également la lente variation des χ^2 autour du minimum en fonction de ces deux derniers paramètres.

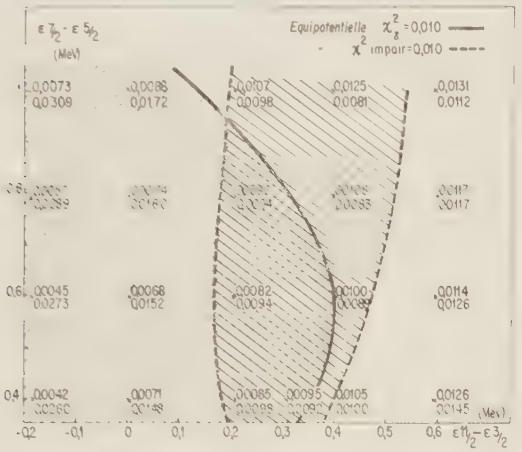

FIG 9. — *Les χ^2 en fonction de $\varepsilon\,7/2$-$\varepsilon\,5/2$ et de $\varepsilon\,11/2$-$\varepsilon\,3/2$, les notations sont les mêmes que dans la figure 8. Les valeurs des autres paramètres sont portées dans le tableau II, n° I.*

c) **La région du meilleur accord dans le cas a.** — La principale différence entre les résultats ajustés aux données de Barber et ceux ajustés aux données des Nuclear data Sheets réside dans la valeur de V_0. Nous avons trouvé, en effet que la meilleure valeur du produit $V_0\mu^2$ était voisine de 92, le comportement des χ^2 en fonction des divers paramètres étant tout à fait comparable. En revanche la forme de la courbe des différences de masse expérimentales est difficile à reproduire, principalement la brusque remontée entre $A = 117$ et $A = 119$. Il a été ainsi impossible de trouver des valeurs de paramètres pour lesquelles la courbe théorique traverse toutes les barres d'erreur expérimentales, car les meilleures valeurs des χ^2_δ étaient voisines de 3. Les différences de masse théoriques pour $A = 119$, 121, 123 se placent ainsi 400 à 500 keV au-dessous des positions expérimentales. La courbe inférieure de la figure 10 correspond aux valeurs des paramètres du tableau II, n° III.

Pour améliorer les résultats, nous avons introduit une variation linéaire des ε avec le nombre de particules, choisie de manière à rendre compte de l'augmentation du rayon du puits moyen :

$$\varepsilon_i A = \varepsilon_i^0 \left(1 + x \frac{A - 100}{100} \right)$$

dans laquelle x est un nouveau paramètre. Cette variation n'a permis d'améliorer sensiblement les différences de masse que pour des valeurs de x difficiles à admettre ($x \geqslant 2$) (sans changer par ailleurs les résultats pour les noyaux pairs).

V. — Résultats et conclusions

Les différences de masse et les spectres des noyaux impairs expérimentaux et théoriques ont été portés respectivement sur les figures 10 et 11 pour les valeurs des paramètres indiqués dans le tableau II, n° I. Nous pouvons voir que les deux types de données expérimentales sont raisonnablement reproduites. Les différences qui existent entre les niveaux théoriques et les niveaux expérimentaux (principalement pour le niveau 1/2) ne sont pas significatives en raison des approximations faites. Il est vrai que des calculs [57] ont montré que l'inclusion des termes à trois quasi-particules, approchés par un couplage des états à une quasi-particule avec le « phonon » 2^+ du noyau pair voisin, pouvait changer sensiblement la position des premiers niveaux. Mais il nous semble difficile de tirer de ces calculs autre chose qu'une information qualitative car ils ont été effectués pour la force de pairing et la force quadrupolaire et pour des valeurs des ε_a notablement différentes de celles que nous avons trouvées ; en outre, ils ne tiennent compte que partiellement de l'interaction entre les états à une et à trois quasi-particules.

En résumé, le résultat le plus important de cette

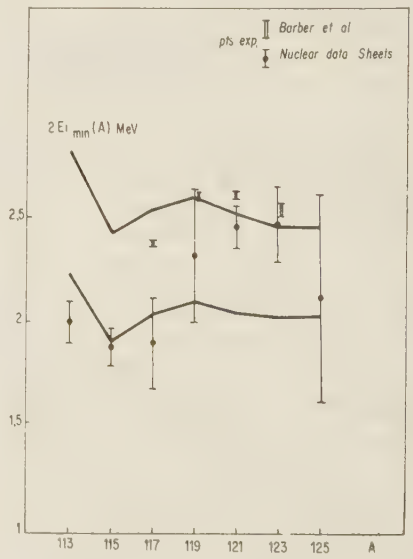

FIG. 10. — *Différences de masse expérimentales et théoriques. La courbe supérieure correspond aux valeurs des paramètres du tableau II, n° I, la courbe inférieure au tableau II, n° III.*

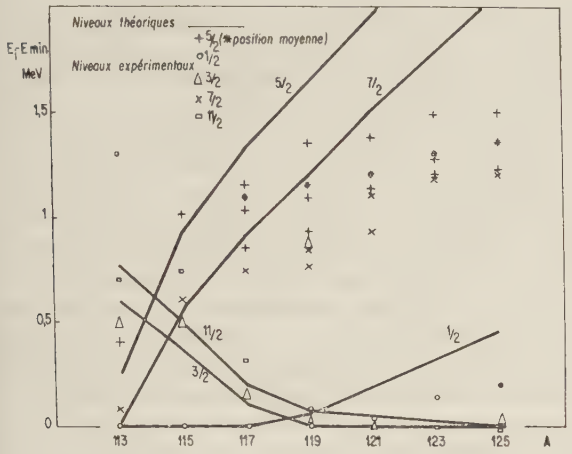

FIG. 11. — *Niveaux expérimentaux des isotopes impairs et niveaux à une quasi-particule calculés avec les paramètres du tableau II, n° I.*

première étude est que la région du meilleur accord dans l'espace des paramètres V_0 et μ comprend une interaction susceptible de reproduire les propriétés à basse énergie du système à deux corps : état singulet dans le deutéron, portée effective de la diffusion proton-proton. Ces mêmes paramètres permettent d'ailleurs de retrouver dans une très bonne approximation les niveaux des isotopes du Pb [45] [58]. En revanche, l'intensité de la force triplet impaire est plus grande que celle couramment admise. Nous trouvons, en effet, $0,5 \leqslant \omega \leqslant 2$ alors que l'O. P. E. P. prédit $\omega = -1/3$ ($-0,55$ dans le mélange de Rosenfeld). Il est possible que l'inclusion des termes tenseur et spin orbite ramènerait ω à de plus petites valeurs. Par ailleurs, une des conditions de saturation ($\omega < 0$) n'est pas remplie, mais il est permis de s'interroger sur la validité de ces relations, obtenues dans le cas de forces très simples, qui peuvent être modifiées, par exemple par la présence d'un terme dépendant des vitesses.

Il faut noter aussi la lente variation des χ^2 en fonction de la portée, les meilleurs résultats étant obtenus toutefois pour les plus courtes portées, sans que l'on puisse rejeter pour cela les plus longues portées. A cet égard, celle de True et Ford fait encore partie de la meilleure région, elle semble proche d'une portée au-dessus de laquelle on ne puisse s'élever.

Enfin, il nous a été possible de trouver une région de l'espace des paramètres dans laquelle les données expérimentales sur les différences de masse et celles sur les premiers niveaux des noyaux impairs sont toutes deux correctement reproduites, ce qui milite en faveur de la cohérence des approximations faites pour leur description.

CHAPITRE IV

DESCRIPTION DES SPECTRES DES NOYAUX PAIRS

I. — Discussion des résultats expérimentaux

De nombreuses expériences de radioactivité β et γ [59] d'excitation coulombienne [60], de réactions nucléaires [55] (d, p) (d, t) ou de diffusion inélastique des deutérons [61] ont contribué à l'élaboration, encore incomplète des spectres des noyaux pairs. Elles ont mis en évidence un grand nombre de niveaux caractéristiques de basse énergie (jusqu'à 3 MeV) que nous nous sommes efforcés de décrire. Si certains niveaux n'ont été que partiellement identifiés, par exemple ceux dont la parité est positive et dont les spins peuvent être 0 ou 1, ou certains spins prédits par analogie avec les niveaux connus des noyaux voisins, nous verrons au cours de la discussion de nos résultats que le calcul peut permettre de lever ces incertitudes ou de confirmer l'extrapolation.

Par contre, d'autres niveaux, non identifiés, figurent à des énergies, entre 2 et 3 MeV, pour lesquelles la théorie n'est pas à même de donner une réponse unique.

Nous voulons d'abord exposer succinctement l'origine expérimentale de chacun des niveaux auxquels nous nous sommes intéressés. Les spectres expérimentaux sont reportés dans les figures 13 et 14.

Niveaux 2^+. — Toutes les expériences énumérées ci-dessus s'accordent sur l'existence du premier niveau 2^+, qui, pour chaque isotope possède une probabilité de transition réduite environ dix fois supérieure à celle d'une seule particule [60]. L'énergie de ce premier niveau varie lentement avec A, elle présente un léger maximum pour $A = 114$. C'est seulement dans Sn^{116} que l'on connaît d'autres niveaux 2^+ d'énergie 2,09 et 2,20 MeV, peuplés respectivement par décroissance de Sb^{116} et de In^{116}.

Niveaux 0^+ ou 1^+. — Ce sont les réactions de stripping [55] qui ont révélé la présence, pour $114 \leqslant A \leqslant 120$ de plusieurs niveaux auxquels il est possible d'attribuer soit le caractère 0^+, soit le caractère 1^+ ; ainsi les

niveaux de 1,75 MeV et 2,02 MeV dans Sn^{116}. Les distributions angulaires des protons correspondant à ces niveaux sont semblables à celles des protons qui correspondent à l'état fondamental du noyau final. Leur forme indique que le neutron capturé se trouve dans une orbite $l_n = 0$. Puisque l'état fondamental du noyau cible peut être approché par une fonction d'onde à une quasi-particule dans l'état $s\ 1/2$, le moment angulaire total du noyau final est par suite 0 ou 1.

D'autre part, les deux niveaux de 1,76 MeV de Sn^{118} ont été vus par Ikegami et al. dans la décroissance de Te^{118}, et l'existence du niveau 0^+ de 1,72 MeV dans Sn^{116} confirmée récemment par P. Fettweiss et J. Verviers.

Niveaux 3^-. — Cohen et Price ont montré, dans leur expérience de diffusion inélastique des deutérons, qu'il existait entre 2,2 et 2,6 MeV un niveau, auquel on peut attribuer, par l'analyse de la distribution angulaire des protons correspondants, une parité négative. Par analogie avec d'autres noyaux il semble établi que ce niveau, dont l'énergie croît lentement avec A, est un niveau 3^-.

Niveaux 4^+, 5^-, 7^-. — Ces niveaux ont été étudiés, pour $116 \leqslant A \leqslant 120$, par émission β.

Les spins ont été obtenus par corrélations angulaires ou par la mesure de la multipolarité des rayonnements de cascade, ou encore par le log *ft* de la transition β. C'est ainsi que l'on connaît quatre niveaux 4^+, un niveau 5^-, deux niveaux 7^- (ou 6^-) dans Sn^{116}, dans Sn^{116} et Sn^{120} il existe un niveau 4^+, un niveau 5^-, un niveau 7^-. La position de ces niveaux varie peu avec A.

La structure de ces spectres ne relève pas *a priori* d'un modèle vibrationnel puisque les rapports des énergies des deux premiers niveaux sont assez éloignés de 2 et que le triplet 0^+, 2^+, 4^+, qui doit figurer à une énergie double de celle du niveau 2^+ est absent. Aucun modèle ne permet non plus de rendre compte simplement du grand nombre d'états 0^+ de basse énergie. L'examen de ces spectres et des probabilités de transition indique la présence de niveaux de caractère collectif (2^+, 3^- ou même 0^+), dont la description théorique nécessite un traitement de l'interaction entre les quasi-particules, et de niveaux de caractère individuel (5^-, 7^-) que l'on peut interpréter qualitativement comme des niveaux à deux quasi-particules puisque leur énergie est voisine de 2 $E_{min}(A)$.

Les approximations I et II développées dans la première partie semblent donc bien adaptées pour effectuer une description numérique détaillée. Nous avons calculé les niveaux 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 3^-, 4^+, 5^-, 6^-, 7^- en diagonalisant les matrices de ces approximations en tenant compte de toutes les configurations à deux quasi-particules permises par les règles de sélection, soit : 0^+ : 5 configurations, 1^+ : 3 ; 2^+ : 9 ; 3^+ : 5 ; 3^- : 2 ; 4^+ : 7, 5^- : 4 ; 6^- : 4 ; 7^- : 3.

Avant de discuter le comportement de ces niveaux en fonction des divers paramètres, nous discuterons la différence entre les approximations I et II.

II. — Les approximations I et II

C'est pour les niveaux 0^+ que nous avons trouvé les différences les plus grandes entre les approximations I et II, ces différences sont d'ailleurs beaucoup plus sensibles aux variations de ω qu'à celles des autres paramètres, elles sont de plus maximales pour A = 114. Nous avons donc choisi ce noyau pour étudier dans la figure 12 la variation en fonction de ω des énergies des trois premiers niveaux 0^+ et 2^+ calculés dans les deux approximations.

On sait que l'approximation II fournit un état 0^+ dont l'énergie est nulle, qui est l'état redondant dont nous avons parlé dans la première partie. Son existence est due au fait que la transformation canonique de Bogoliubov-Valatin ne conserve pas le nombre de particules. En réalité, en raison des approximations numériques introduites dans la résolution des équations qui déterminent les Δ_a ainsi que dans la diagonalisation des matrices, nous trouvons que l'énergie de cet état est très voisine de 0 (à moins de 100 keV). Pour $\omega = 0{,}6$ la valeur propre devient complexe, nous avons alors porté dans la figure 12 son module affecté d'un signe moins. Un fait remarquable est que l'énergie du premier niveau 0^+, calculée dans l'approximation I est extrêmement sensible à ω, elle s'annule pour $\omega = 0{,}6$ et devient négative pour $\omega > 0{,}6$. Ce comportement singulier est dû au fait que cet état présente une compo-

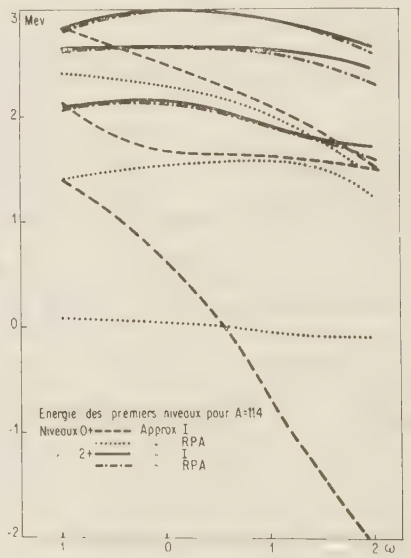

FIG. 12. — *Les trois premiers niveaux 0^+ et 2^+ de Sn^{114}, calculés dans les approximations I et II pour les paramètres du tableau II, n° I, en fonction de ω.*

sante non physique importante, en effet, l'écart quadratique moyen $\langle N \rangle^2 - \langle N^2 \rangle$ qui lui correspond est très grand et il est de plus supérieur à ceux des autres états 0^+ calculés dans la même approximation (tableau III pour les paramètres du tableau II, n° I). En outre, pour les valeurs de ω permises par les χ^2 les énergies de ces derniers états sont en général très voisines de celles fournies par la R. P. A. et leurs écarts quadratiques moyens du même ordre de grandeur que celui de la fonction d'onde de B. C. S. Les différences entre les deux séries de valeurs propres sont minimales pour $\omega = 1$, qui correspond comme nous le verrons plus loin au meilleur accord pour les noyaux pairs.

Pour les niveaux 2^+, comme d'ailleurs pour les multipôles autres que 0^+, ces différences dépendent peu de ω, et sont pratiquement toujours négligeables, car leur grandeur ne dépasse pas 100 ou 150 keV.

En conclusion, il ne semble pas que les corrélations introduites par le R. P. A. soient très importantes dans notre cas. La R. P. A. a le mérite de bien séparer l'état 0^+ non physique mais nous avons obtenu dans l'approximation I un état qui présente un caractère similaire et qu'il est permis d'ignorer dans la comparaison avec l'expérience. En outre, les différences d'énergies pour les niveaux excités calculés à partir des valeurs des paramètres fournis par les χ^2 sont négligeables. Aussi dans les paragraphes suivants, n'étudierons-nous que les résultats donnés par l'approximation I.

différences de masse et les spectres des noyaux impairs. Nous présenterons tout d'abord les caractéristiques principales de ces spectres et des fonctions d'onde des niveaux les plus intéressants en nous appuyant pour cela sur deux exemples qui correspondent le premier (cf. fig. 15 et 16) aux valeurs des paramètres du tableau II, n° I, le second à celles, sensiblement différentes du tableau II, n° IV (cf. fig. 13 et 14 et tableaux V et VI).

a) Le premier niveau 2^+ est obtenu dans le gap conformément à la situation expérimentale, sa variation avec A est bien reproduite mais le maximum qui existe pour $A = 114$ est beaucoup trop accusé. La déviation par rapport à l'expérience atteint en effet 700 keV dans le premier cas, 500 keV dans le second. Elle est plus réduite pour $A > 118$ puisque pour $\mu = 1{,}55$ elle est de l'ordre de 250 keV, et tombe au voisinage de 100 keV pour $\mu = 1{,}85$. Dans les deux cas la courbe théorique est située au-dessus de la courbe expérimentale. La fonction d'onde de ce premier état présente un mélange de configuration important (cf. tableau VIII *a* qui correspond au deuxième cas) et cohérent. En effet, à l'exception de la composante sur l'état $(11/2)^2$, toutes les composantes du vecteur propre ont même signe. On vérifie bien que la répartition des composantes les plus importantes varie avec le nombre de particules. C'est ainsi que les configurations $(5/2)^2$, $(7/2)^2$, $(5/2\ 7/2)$

TABLEAU III

Dans la deuxième colonne figurent les valeurs propres correspondant aux états 0^+ de Sn^{114} et de Sn^{124} calculées dans l'approximation I pour les valeurs des paramètres du tableau II, n° I. Dans les cinq colonnes suivantes les composantes des vecteurs propres correspondants sur les états à deux quasi-particules indiqués dans la première ligne ; la septième colonne représente l'écart du nombre de particules, la dernière, l'écart quadratique moyen.

A = 114	$\nu^{(0)}$	$(5/2)^2$	$(7/2)^2$	$(1/2)^2$	$(3/2)^2$	$(11/2)^2$	$\langle N \rangle - N$	$\langle N \rangle^2 - \langle N \rangle^2$
$\nu\ 5/2 = 0{,}9661$	$-\ 0{,}67$	$-\ 0{,}3705$	$-\ 0{,}6186$	$-\ 0{,}4369$	$-\ 0{,}3400$	$0{,}4167$	$0{,}82$	$3{,}982$
$\nu\ 7/2 = 0{,}9441$	$1{,}63$	$-\ 0{,}0177$	$-\ 0{,}6542$	$0{,}7181$	$0{,}2324$	$-\ 0{,}0443$	$-\ 0{,}66$	$3{,}891$
$\nu\ 1/2 = 0{,}4842$	$2{,}13$	$0{,}2694$	$0{,}2560$	$0{,}3477$	$-\ 0{,}1722$	$0{,}8434$	$1{,}25$	$4{,}072$
$\nu\ 3/2 = 0{,}2884$	$2{,}62$	$0{,}7489$	$-\ 0{,}3201$	$-\ 0{,}3988$	$0{,}4082$	$0{,}1056$	$-\ 0{,}03$	$3{,}444$
$\nu\ 11/2 = 0{,}2003$	$2{,}84$	$0{,}4786$	$-\ 0{,}1462$	$0{,}1166$	$-\ 0{,}7963$	$-\ 0{,}3191$	$-\ 0{,}12$	$12{,}83$
$\lambda = 1{,}6271$								
A = 124								
$\nu\ 5/2 = 0{,}9872$	$-\ 2{,}35$	$-\ 0{,}1613$	$-\ 0{,}1991$	$-\ 0{,}2497$	$-\ 0{,}4756$	$0{,}8037$	$-\ 1{,}87$	$8{,}798$
$\nu\ 7/2 = 0{,}9894$	$1{,}64$	$0{,}0878$	$0{,}0245$	$0{,}4252$	$0{,}6981$	$0{,}5689$	$-\ 1{,}83$	$8{,}762$
$\nu\ 1/2 = 0{,}9192$	$2{,}56$	$0{,}0353$	$0{,}0065$	$0{,}8601$	$-\ 0{,}5083$	$-\ 0{,}0249$	$-\ 1{,}16$	$7{,}756$
$\nu\ 3/2 = 0{,}7937$	$4{,}53$	$0{,}1658$	$0{,}9591$	$-\ 0{,}0886$	$-\ 0{,}1342$	$0{,}1639$	$-\ 0{,}53$	$7{,}278$
$\nu\ 11/2 = 0{,}7126$	$6{,}03$	$0{,}9683$	$-\ 0{,}1998$	$-\ 0{,}0964$	$-\ 0{,}1010$	$0{,}0551$	$-\ 0{,}35$	$25{,}23$

III. — Les états des noyaux pairs

Les niveaux des noyaux pairs ont été calculés à partir des valeurs des paramètres déterminées par les

sont prépondérantes pour $A = 112$. Celles $(11/2)^2$, $(3/2)^2$, $(11/2\ 3/2)$ pour $A > 116$.

b) Deux autres niveaux 2^+ existent entre 2 et 3 MeV, leur énergie varie peu avec A. Mais les informations

TABLEAU IV

Valeurs de v_i, E_i, et λ calculés à partir des paramètres du tableau II, n° IV.

A	i	5/2	7/2	1/2	3/2	11/2	λ
112	v_i	0,9132	0,8823	0,3859	0,2193	0,1548	0,98
	E_i	1,47	1,41	1,59	2,45	2,33	
113	v_i	0,9391	0,9203	0,4384	0,2322	0,1698	1,22
	E_i	1,59	1,47	1,43	2,22	2,10	
114	v_i	0,9582	0,9518	0,5144	0,2545	0,1974	1,49
	E_i	1,78	1,59	1,30	1,97	1,86	
115	v_i	0,9679	0,9696	0,6085	0,2999	0,2534	1,78
	E_i	2,03	1,79	1,25	1,73	1,63	
116	v_i	0,9713	0,9766	0,6827	0,3567	0,3236	2,01
	E_i	2,27	2,00	1,27	1,59	1,50	
117	v_i	0,9732	0,9802	0,7372	0,4134	0,3924	2,21
	E_i	2,48	2,18	1,32	1,50	1,42	
118	v_i	0,9749	0,9827	0,7785	0,4660	0,4540	2,39
	E_i	2,65	2,35	1,37	1,43	1,38	
119	v_i	0,9767	0,9848	0,8123	0,5159	0,5101	2,55
	E_i	2,81	2,51	1,42	1,38	1,34	
120	v_i	0,9784	0,9866	0,8405	0,5629	0,5610	2,71
	E_i	2,96	2,65	1,48	1,33	1,32	
121	v_i	0,9803	0,9882	0,8648	0,6078	0,6079	2,86
	E_i	3,10	2,79	1,53	1,30	1,30	
122	v_i	0,9822	0,9896	0,8860	0,6510	0,6516	3,01
	E_i	3,23	2,93	1,59	1,27	1,28	
123	v_i	0,9840	0,9910	0,9047	0,6925	0,6928	3,15
	E_i	3,36	3,06	1,65	1,24	1,27	
124	v_i	0,9859	0,9923	0,9212	0,7327	0,7319	3,29
	E_i	3,48	3,19	1,71	1,22	1,26	
125	v_i	0,9878	0,9935	0,9358	0,7715	0,7692	3,43
	E_i	3,60	3,31	1,77	1,20	1,25	

expérimentales font défaut excepté pour Sn^{116}. Pour ce noyau, la séparation relative de ces deux niveaux est bien obtenue dans les deux cas, ils se placent toutefois plusieurs centaines de kiloélectron-volts au-dessus des niveaux expérimentaux. Le mélange de configuration (cf. tableau VIII *a*) semble moins grand puisque plusieurs composantes sont inférieures à 0,1 ou 0,01, ce sont aussi les états $(11/2)^2$, $(1/2\ 3/2)$, $(3/2)^2$ qui figurent dans leurs fonctions d'onde avec les points les plus importants pour $A > 116$.

TABLEAUX V

Énergies des états 0^+, 1^+, 2^+ calculés dans l'approximation I pour les valeurs des paramètres du tableau II, n° IV (cf. fig. 13).

TABLEAU V *a*

$J = 0^+$

112	3,88	2,82	2,31	1,82	— 2,12
114	2,99	2,47	1,91	1,63	— 1,28
116	3,32	2,50	2,14	1,54	— 1,74
118	4,06	2,80	2,47	1,56	— 2,61
120	4,66	3,38	2,53	1,61	— 3,20
122	5,19	3,91	2,60	1,65	— 3,47
124	5,68	4,42	2,68	1,65	— 3,42

$J = 1^+$

112	4,67	3,65	2,49
114	4,63	3,33	2,65
116	4,67	3,42	2,87
118	4,73	4,12	2,92
120	4,76	4,71	2,95
122	5,23	4,78	2,95
124	5,71	4,77	2,93

TABLEAU V *b*

$J = 2^+$

112	4,48	4,30	4,03	3,63	3,45	3,10	2,59	2,54	1,61
114	4,24	3,87	3,52	3,28	2,96	2,90	2,82	2,57	1,83
116	4,30	3,94	3,93	3,66	3,39	3,02	2,90	2,62	1,56
118	4,69	4,42	4,40	4,02	3,88	3,47	2,83	2,59	1,36
120	5,28	5,00	4,53	4,42	4,12	3,75	2,86	2,54	1,27
122	5,81	5,53	4,97	4,58	4,30	3,91	2,86	2,49	1,23
124	6,29	6,02	5,46	4,69	4,49	4,01	2,82	2,41	1,21

c) Le premier niveau 1^+ est situé au voisinage de 3 MeV (fig. 13) bien au-dessus des deux premiers niveaux physiques 0^+, ce qui indique assez nettement que les niveaux expérimentaux 0^+ ou 1^+ de plus basse énergie

TABLEAUX VI

Énergies des états 5^-, 7^- calculés dans l'approximation I pour les valeurs des paramètres du tableau II, n° IV (cf. fig. 14).

$J = 5^-$

112	4,49	3,99	3,91	3,46
114	3,84	3,75	3,54	2,82
116	3,94	3,79	2,91	2,57
118	4,13	3,93	2,76	2,56
120	4,31	4,08	2,78	2,52
122	4,47	4,22	2,82	2,47
124	4,62	4,35	2,85	2,40

$J = 7^-$

112	4,21	3,96	3,90
114	3,84	3,77	3,23
116	3,95	3,81	2,63
118	4,15	3,95	2,51
120	4,34	4,10	2,48
122	4,52	4,24	2,45
124	4,68	4,38	2,38

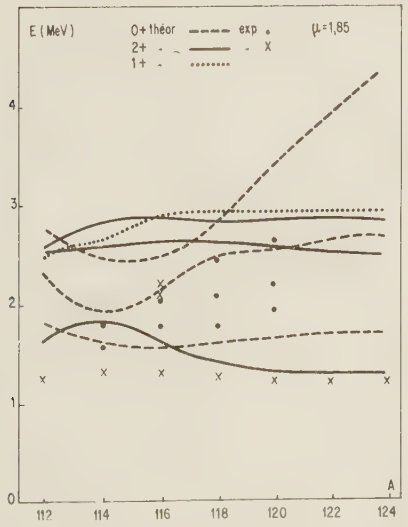

FIG. 13. — *Les trois niveaux 2^+, les trois premiers niveaux physiques 0^+ et le premier niveau 1^+ dans l'approximation I, pour les valeurs des paramètres du tableau II, n° IV.*

qui ont été vus dans les réactions de stripping présentent, au moins les deux premiers, le caractère 0^+.

Le premier des niveaux théoriques 0^+ est fortement déprimé dans le gap, conformément à l'expérience. Il figure même comme premier état excité dans les noyaux Sn^{114} et Sn^{116} puisque le niveau 2^+ est obtenu beaucoup trop haut. L'écart par rapport à la valeur expérimentale est toutefois très satisfaisant dans Sn^{114}. Pour $A > 114$ il se place, dans les deux cas, 150 à 200 keV au-dessous du premier 0^+ expérimental.

Le deuxième niveau physique 0^+ est correctement placé pour $\mu = 1{,}85$ dans Sn^{114} et Sn^{116} ; pour $A = 118$ et 120 nous le trouvons plus près des troisièmes niveaux expérimentaux que des seconds. Pour $\mu = 1{,}55$ et pour tous les isotopes ce niveau se place 200 à 300 keV au-dessus des points expérimentaux.

Les composantes des vecteurs propres du premier état physique 0^+ sont beaucoup mieux réparties que celles qui correspondent aux autres états excités (cf. tableau VII), le mélange de configuration est donc ici aussi très important.

d) Le premier niveau 4^+ est obtenu légèrement au-dessus des points expérimentaux pour $\mu = 1{,}55$, l'accord est plus remarquable encore pour $\mu = 1{,}85$. Le mélange de configuration est important pour $A = 112$ et 114 mais à partir de Sn^{116} la fonction d'onde du premier niveau ne contient pratiquement plus que la composante $(11/2)^2$ (cf. tableau VIII *b*). Ce qui s'explique par le fait que les autres configurations à deux quasi-particules figurent pour ces noyaux à des énergies plus hautes. En effet, ces configurations sont toutes construites à partir des états $5/2$ et $7/2$. Les énergies d'excitation de ces derniers états sont probablement trop grandes dans Sn^{116} puisque les trois autres niveaux

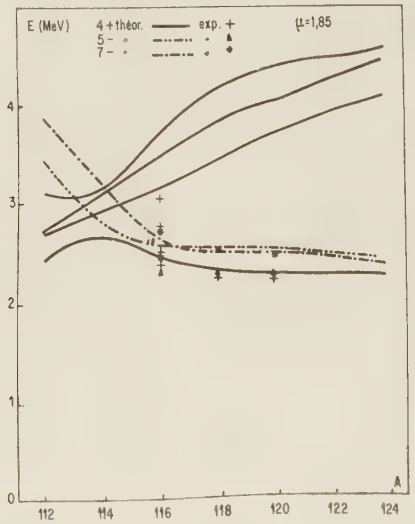

FIG. 14. — *Niveaux 4^+, 5^-, 7^- calculés dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° IV.*

4^+, décrits respectivement par les configurations $(7/2\ 1/2)$, $(7/2)^2$ $(7/2\ 3/2)$ sont placés bien au-dessus (500 à 700 keV) des niveaux expérimentaux correspondants. Les énergies d'excitation de ces niveaux augmentent rapidement à partir de Sn^{116}.

e) L'énergie du premier niveau 5^- change peu d'un cas à l'autre. On obtient correctement ce niveau à 200 keV près. Sa fonction d'onde est surtout centrée sur les deux configurations $(1/2\ 11/2)$ et $(3/2\ 11/2)$ à partir de $A = 114$ (tableau IX).

TABLEAUX VII, VIII et IX

Valeurs propres et vecteurs propres des niveaux 0^+ (tableau VII), 2^+, 4^+ (tableau VIII), 5^-, 7^- (tableau IX), calculés dans l'approximation I à partir des valeurs des paramètres du tableau II, n° IV. Dans la première colonne figurent les valeurs propres, dans les suivantes les composantes des vecteurs propres sur les états à deux quasi-particules portés dans la première ligne. On a seulement indiqué ici quelques niveaux.

TABLEAU VII

$J = 0^+$

A	$\nu^{(0)}$	$(5/2)^2$	$(7/2)^2$	$(1/2)^2$	$(3/2)^2$	$(11/2)^2$
112	− 2,12	− 0,5458	− 0,7066	− 0,2933	− 0,2106	− 0,2694
	1,82	− 0,5499	0,6623	− 0,4919	− 0,1299	− 0,0141
	2,31	0,6215	− 0,0139	− 0,6795	− 0,1671	0,3521
	2,82	0,0698	− 0,2446	− 0,4052	0,0865	− 0,8739
114	− 1,28	− 0,4314	− 0,5975	− 0,4355	− 0,2981	0,4223
	1,63	− 0,0767	0,7063	− 0,6021	− 0,2249	0,0794
	1,91	0,3352	0,1915	0,2867	− 0,0477	0,8755
	2,47	0,8213	− 0,3276	− 0,4578	0,0060	− 0,0925
116	− 1,74	− 0,2928	− 0,3645	− 0,4367	− 0,4086	0,6510
	1,54	0,1965	0,0042	0,6359	0,2788	0,6923
	2,14	0,1650	0,8893	− 0,2456	− 0,2269	0,2648
	2,50	− 0,0209	0,0191	− 0,5345	0,8288	0,1630
118	− 2,61	− 0,2374	− 0,2737	− 0,3658	− 0,4461	0,7321
	1,56	0,1564	0,0026	0,6122	0,4494	0,6315
	2,47	0,0721	0,0990	0,6308	− 0,7611	− 0,0882
	2,80	0,1716	0,9246	− 0,2308	− 0,0821	0,2359
120	3,20	− 0,2089	− 0,2279	− 0,3167	− 0,4664	0,7659
	1,61	0,1288	0,0063	0,5604	0,5513	0,6044
	2,53	0,0670	0,0404	0,7308	− 0,6736	− 0,0778
	3,38	0,1728	0,9463	− 0,1515	− 0,1132	0,1971
122	− 3,47	− 0,1898	− 0,1976	− 0,2793	− 0,4800	0,7852
	1,65	0,1077	0,0155	0,4929	0,6299	0,5903
	2,60	0,0678	0,0241	0,8023	− 0,5902	− 0,0530
	3,01	0,1701	0,9566	− 0,1184	− 0,1174	0,1680
124	− 3,42	− 0,1752	− 0,1746	− 0,2480	− 0,4892	0,7987
	1,65	0,0889	0,0261	0,4054	0,7004	0,5800
	2,68	0,0714	0,0188	0,8645	− 0,4968	− 0,0161
	4,42	0,1689	0,9627	− 0,1003	− 0,1184	0,1439

f) Le niveau 7^- est trouvé très proche des niveaux expérimentaux, la configuration $(11/2\ 3/2)$, la plus basse, est évidemment prépondérante dans les noyaux pour lesquels ce niveau est connu (tableau IX).

g) L'énergie du premier niveau 3^+ croît très rapidement avec A, elle est de l'ordre de 3,25 MeV dans Sn^{116}. On comprend donc aisément pourquoi un tel niveau n'a pas été vu expérimentalement dans les isotopes pourtant les mieux étudiés.

h) Le premier niveau 3^- ne peut être obtenu correctement dans notre modèle car il est impossible de décrire ce niveau, dont le caractère collectif ne fait pas de doute,

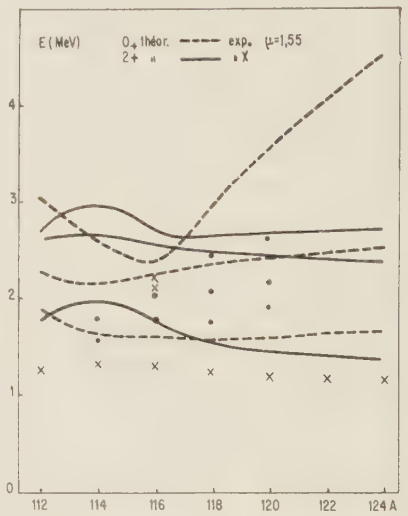

FIG. 15. — *Les trois niveaux 2^+, les trois premiers niveaux physiques 0^+ dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° I.*

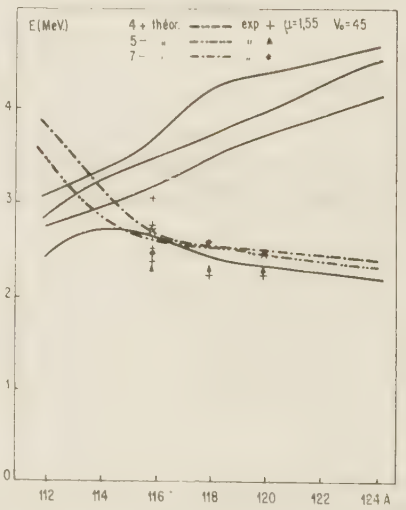

FIG. 16. — *Niveaux 4^+, 5^-, 7^- calculés dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° I.*

TABLEAU VIII *a*

$J = 2^+$

A		$(5/2)^2$	5/2 7/2	5/2 1/2	5/2 3/2	$(7/2)^2$	7/2 3/2	1/2 3/2	$(3/2)^2$	$(11/2)^2$
112	1,61	— 0,4449	— 0,1324	— 0,3121	— 0,1182	— 0,7580	— 0,1728	— 0,1723	— 0,0367	0,1777
114	1,83	— 0,2769	— 0,0855	— 0,3359	— 0,1132	— 0,6502	— 0,2059	— 0,3257	— 0,1466	0,4446
116	1,56	— 0,1202	— 0,0431	— 0,2337	— 0,1031	— 0,2117	— 0,1906	— 0,3460	— 0,2210	0,3177
	2,62	0,0976	0,0237	0,1507	0,0250	0,2090	0,0742	0,6381	0,4766	0,5321
	2,90	— 0,0014	0,0133	— 0,0238	— 0,0373	0,0053	0,0313	0,5841	— 0,8093	0,0262
118	1,36	— 0,0977	— 0,0381	— 0,2009	— 0,1090	— 0,1429	— 0,1902	— 0,3286	— 0,2775	0,8338
120	1,27	— 0,0896	— 0,0376	— 0,1817	— 0,1115	— 0,1144	— 0,1898	— 0,3271	— 0,3253	0,8266
122	1,23	— 0,0838	— 0,0375	— 0,1642	— 0,1096	— 0,0945	— 0,1851	— 0,3252	— 0,3608	0,8206
124	1,21	— 0,0787	— 0,0374	— 0,1468	— 0,1040	— 0,0782	— 0,1765	— 0,3194	— 0,3856	0,3198

TABLEAU VIII *b*

$J = 4^+$

A	$\nu^{(4)}$	$(5/2)^2$	5/2 7/2	5/2 3/2	$(7/2)^2$	7/2 1/2	7/2 3/2	$(11/2)^2$
112	2,42	— 0,3764	— 0,4120	— 0,0948	— 0,8087	0,1380	— 0,0561	0,0584
114	2,66	— 0,1833	— 0,3070	— 0,1116	— 0,8522	0,3034	— 0,0675	0,1922
116	2,44	— 0,0	— 0,0486	— 0,0917	— 0,0739	0,1099	— 0,0731	0,9824
	3,16	0,0898	0,2575	0,1161	0,2466	0,9096	0,0384	0,1499
	3,49	0,0745	0,0548	0,1012	0,8991	0,3026	0,2765	0,0691
	3,75	— 0,0851	— 0,2086	— 0,1173	0,3303	— 0,0415	— 0,9060	— 0,0622
118	2,30	— 0,0286	— 0,0351	— 0,0955	— 0,0463	0,0795	— 0,0746	0,9873
120	2,27	— 0,0281	— 0,0313	— 0,0994	— 0,0365	0,0653	— 0,0747	0,9885
122	2,25	— 0,0280	— 0,0287	— 0,0991	— 0,0295	0,0527	— 0,0708	0,9899
124	2,22	— 0,0278	— 0,0263	— 0,0945	— 0,0234	0,0406	— 0,0635	0,9917

TABLEAU IX

$J = 5^-$

A	$\nu^{(5)}$	5/2 11/2	7/2 11/2	1/2 11/2	3/2 11/2
112	3,46	— 0,1943	0,1464	— 0,9384	0,2452
114	2,82	— 0,0342	0,0433	— 0,9547	0,2922
116	2,57	— 0,0174	0,0273	— 0,8750	0,4831
118	2,56	— 0,0364	0,0270	— 0,5897	0,8064
120	2,52	— 0,0432	0,0260	— 0,3128	0,9485
122	2,47	— 0,0438	0,0303	— 0,2185	0,9744
124	2,40	— 0,0445	0,0381	— 0,2014	0,9778

$J = 7^-$

A	$\nu^{(7)}$	5/2 11/2	7/2 11/2	3/2 11/2
112	3,90	— 0,5602	0,7219	0,4062
114	3,23	— 0,0554	0,0843	0,9949
116	2,63	— 0,0103	0,0155	0,9998
118	2,51	— 0,0055	0,0108	0,9999
120	2,48	— 0,0082	0,0155	0,9998
122	2,45	— 0,0151	0,0248	0,9996
124	2,38	— 0,0247	0,0364	0,9990

par un mélange de deux seules configurations : (5/2 11/2) et (7/2 11/2). Une description correcte nécessiterait, on le sait, l'introduction des excitations des particules des couches complètes.

i) Le comportement du niveau 6^- est similaire à celui du niveau 7^-. Il figure toujours légèrement au-dessus de ce dernier niveau, et sa fonction d'onde présente les mêmes caractéristiques puisque ce sont les mêmes configurations qui contribuent à ces deux niveaux.

Ces trois derniers niveaux n'ont pas été représentés, faute de place.

Nous avons insisté ici surtout sur les premiers niveaux de chaque spin. On trouvera dans les tableaux V-VI les énergies des autres niveaux, pour les valeurs de paramètres du tableau II, n° IV, les énergies de quasi-particules sont données également ainsi que les u_i et v_i (tableau IV). En fait les valeurs propres de la matrice sont souvent peu éloignées des éléments diagonaux, excepté pour les premiers niveaux 2^+ et pour les 0^+. La perturbation produite par l'interaction résiduelle entre les quasi-particules, qui corrige l'énergie de deux quasi-particules libres est souvent très importante. Elle est très grande dans le cas du 0^+.

Avant de discuter davantage nos résultats, il convient d'examiner l'importance des variations des différents paramètres, puisque les χ^2 nous permettent une certaine liberté sur l'interaction et les ε_a, et de déterminer l'influence sur les noyaux pairs des données expérimentales introduites dans le χ^2.

IV. — Données des Nuclear data sheets

Les résultats énumérés ci-dessus sont modifiés substantiellement si l'on adopte des valeurs des paramètres, par exemple, celles du tableau II, n° III qui correspondent à des différences de masse ajustées aux données des Nuclear data Sheets. Indiquons brièvement les principaux changements (fig. 17 et 18).

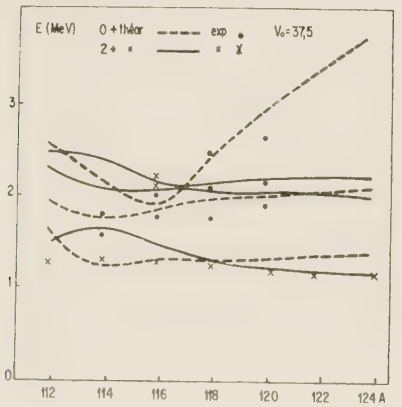

FIG. 17. — *Les niveaux 0^+ et 2^+ calculés dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° III.*

a) Le premier niveau 2^+ est beaucoup mieux obtenu pour $A > 116$ que dans le cas du tableau II, III mais le maximum qui existe pour Sn^{114} quoique réduit par rapport aux figures 18-20, est encore beaucoup trop accusé.

b) Le deuxième et le troisième niveau 2^+ sont cette fois correctement placés dans Sn^{116}.

c) Le premier niveau 0^+ est beaucoup trop bas, même pour Sn^{114}.

d) Les premiers niveaux 4^+, 5^-, 7^- sont déplacés systématiquement bien au-dessous des niveaux expérimentaux, 500 keV environ pour le niveau 7^-. En revanche on obtient un meilleur accord pour les autres niveaux 4^+ de Sn^{116}, puisque chacun d'eux est obtenu à moins de 100 keV près.

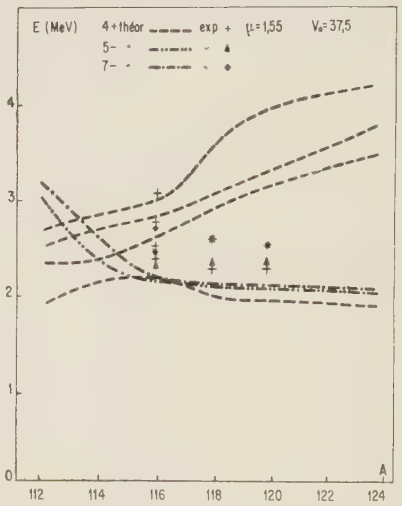

FIG. 18. — *Niveaux 4^+, 5^-, 7^- calculés dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° III.*

En conclusion, il semble que tous les niveaux aient subi par rapport au cas du tableau II, n° I une translation vers les plus basses énergies, puisque le gap est sous-estimé comme nous l'avons vu au chapitre III. Le meilleur accord trouvé pour le 2^+ n'est qu'accidentel, pour une portée plus grande nous trouverions ce niveau au-dessous de sa valeur expérimentale. Puisque la distance $\varepsilon\, 1/2 - \varepsilon\, 7/2$ est plus faible que dans le tableau II, n° I et l'interaction moins intense, les énergies de quasi-particules du niveau 7/2 sont réduites, ce qui permet d'expliquer pourquoi les niveaux 4^+ de Sn^{116} sont mieux décrits. Une bonne connaissance du gap est donc essentielle pour calculer correctement les spectres. Les résultats de Barber et al. qui donnent des résultats cohérents dans notre calcul avec les énergies des premiers niveaux 4^+, 5^-, 7^- nous semblent plus réalistes. L'introduction dans le χ^2_δ des données des Nuclear data Sheets a l'inconvénient d'accorder une

trop grande importance aux différences de masse pour $A > 119$. Dans ces noyaux en effet $\delta(A) \sim 2$ MeV. Les résultats de Barber et al. et leur extrapolation théorique pour $A < 117$ montrent que $\delta(A)$ serait plutôt voisin de 2,5 MeV.

V. — Importance des paramètres

Nous avons vu au paragraphe 3 que la portée jouait un rôle important, en particulier pour l'obtention du premier niveau 2^+ pour $A > 116$, puisque nous avons trouvé un meilleur résultat pour $\mu = 1{,}85$. Examinons maintenant l'influence des autres paramètres sur les premiers niveaux 0^+ et 2^+.

a) **L'intensité Singlet** — Bien que l'intensité singlet soit fixée par le χ^2_δ à une valeur voisine de45 MeV pour $\mu = 1{,}55$, de 34 MeV pour $\mu = 1{,}85$, il est intéressant de la faire varier dans des limites plus larges en vue d'obtenir comme nous allons le voir des informations sur la faculté du noyau à se déformer. Nous avons ainsi calculé les 0^+ et 2^+ à partir des valeurs des paramètres du tableau II, n° III en faisant varier V_0 entre 37,5 MeV et 50 MeV. Un accroissement de V_0 a pour effet d'augmenter les énergies des deux niveaux, la forme des deux courbes changeant très lentement au cours de la variation. Ce fait est surprenant si l'on songe au modèle de la force de pairing et de la force $P^{(2)}$, dans lequel une augmentation de la constante de couplage de la force quadrupolaire entraîne une diminution de l'énergie du 2^+ le plus bas. Il existe même une intensité critique au-dessus de laquelle la première valeur propre de la R. P. A. devient complexe. Ce comportement est très différent dans notre cas puisque nous ne séparons pas l'intensité de la force quadrupolaire de celle de la force d'appariement. Deux effets jouent alors dans des directions opposées : l'accroissement de l'intensité de la « composante » quadrupolaire ou monopolaire, l'augmentation simultanée du gap et des énergies de quasi-particules, c'est le dernier qui l'emporte, plus nettement d'ailleurs dans le cas du 0^+ que du 2^+, en raison de la forte dépendance du gap par rapport à V_0. Une conséquence remarquable est que les niveaux 0^+ et 2^+ restent stables (sauf peut-être si l'on réduit beaucoup le gap en diminuant beaucoup l'intensité de l'interaction).

Cette réduction est également opposée à celle trouvée pour les noyaux à couches complètes. Gillet a en effet obtenu une instabilité du niveau $2^+T = 0$ du C^{12}, dans le cadre de la R. P. A. en augmentant l'intensité de l'interaction, mais en gardant fixe le spectre non perturbé.

b) **La composante triplet.** — Nous avons porté dans la figure 19 les énergies du premier niveau 0^+ et 2^+ pour plusieurs valeurs de ω, choisies dans un domaine, $-1 \leqslant \omega \leqslant 2$, un peu plus large que celui permis par les χ^2 de manière à inclure la force singlet aussi bien que la force de Rosenfeld, les autres paramètres sont fixés à leurs valeurs du tableau II, n° I. Les formes des deux courbes sont très sensibles à ω, mais c'est la position du 0^+ et du 2^+ par rapport à $2\,E_{min}(A)$ qui en dépend le plus. Les deux niveaux sont, en effet, d'autant plus abaissés que ω est plus grand ; la même variation augmente le gap et tend à le stabiliser à une valeur voisine de 2,5 MeV. Ce dernier effet est particulièrement important lorsque la couche 11/2 commence de remplir ($A > 120$). Le niveau 2^+ est toujours au-dessus des points expérimentaux, quant au niveau 0^+ il passe au-dessous des points expérimentaux pour $\omega > 0$. Remarquons que pour la force singlet nous obtenons un très bon accord pour le 0^+ ; mais les χ^2 sont en dehors des limites que nous avons retenues. Il est possible de réaliser un compromis plus acceptable entre les niveaux 0^+ et 2^+ pour des valeurs de ω voisines de 1, pour lesquelles les deux χ^2 sont également très satisfaisants. Nous avons donc retenu la valeur $\omega = 1$ dans les tableaux II.

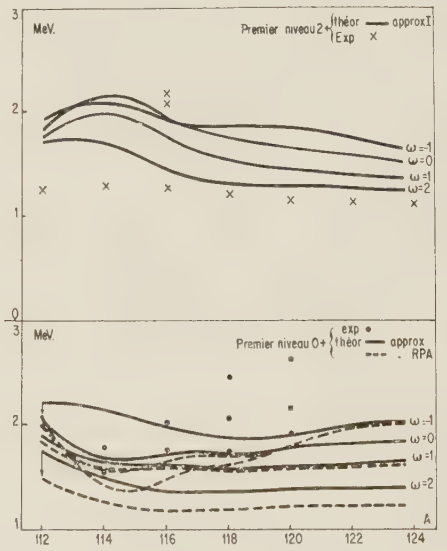

FIG. 19. — *Le premier niveau 2^+ et le premier niveau physique 0^+ en fonction de A pour plusieurs valeurs de ω, les autres paramètres sont fixés dans le tableau II, n° I.*

En conclusion, une très grande variation de l'intensité de la force triplet (entre — 45 et 90 MeV) ne produit somme toute qu'une variation de l'ordre de 10 à 20 p. 100, autour d'une valeur moyenne, des énergies des premiers niveaux 0^+ et 2^+. Ce sont pour des valeurs voisines de l'intensité singlet et de même signe que les résultats sont les meilleurs, ce qui permet dans une certaine mesure de lever l'arbitraire qui subsiste après le calcul des χ^2.

c) **Les énergies individuelles.** — Les résultats que nous avons décrits dépendent en fait assez peu des énergies individuelles dans la mesure où celles-ci sont choisies dans la région délimitée par les χ^2. Ce sont les niveaux les plus collectifs, comme le 2^+, qui sont les moins sensibles, les énergies des autres niveaux peuvent subir des variations pour tous les isotopes ou plus accusées pour un noyau particulier. Ainsi, par exemple, si l'on remplace les ε du tableau II, n° IV par les suivants : $\varepsilon\, 5/2 = 0$, $\varepsilon\, 7/2 = 1$, $\varepsilon\, 1/2 = 3{,}1$, $\varepsilon\, 3/2 = 3{,}8$, $\varepsilon\, 11/2 = 4$ ($\chi^2_\delta = 0{,}0104$, $\chi^2_{\text{impair}} = 0{,}0105$) où les niveaux $11/2$ et $3/2$ ne sont plus dégénérés et la distance $\varepsilon\, 7/2 - \varepsilon\, 5/2$ est beaucoup plus grande, les énergies du 2^+ ne sont modifiées que de quelques dizaines de kiloélectron-volts, celles du premier 0^+ diminuent de 100 keV pour $A > 114$, de 300 keV pour $A = 114$, augmentent de 150 keV pour $A = 112$. Tandis que le deuxième niveau 0^+, les niveaux 5^-, 7^- et tous les niveaux 4^+ ne changent pratiquement pas, les énergies des autres niveaux 2^+ diminuent systématiquement de 200 à 300 keV, ce qui améliore l'accord pour $A = 116$. Cette modification, de loin la plus importante dans le spectre, indique qu'il est préférable de lever la dégénérescence entre les niveaux $11/2$ et $3/2$. Les changements décrits ici ne sont donnés qu'à titre indicatif car il est hors de question, étant donné la complexité et la longueur des calculs, d'étudier complètement l'effet des énergies individuelles sur les spectres des noyaux pairs. Ils montrent cependant qu'il est permis d'espérer un meilleur accord pour certains niveaux.

Nous insisterons davantage sur un autre exemple qui permet peut-être de mieux comprendre pourquoi le maximum du 2^+ est trop accusé pour $A = 114$. En effet, si l'on réduit, arbitrairement, d'un facteur, disons 0,75, au détriment des χ^2, les énergies individuelles du tableau II, n° III, la situation pour ce noyau change d'une manière intéressante : le 2^+ passe au-dessous du 0^+, l'accord devenant ainsi très satisfaisant, en outre la position du 2^+ ne change pas pour $A > 114$, et les énergies des premiers 0^+ augmentent systématiquement (fig. 20, les paramètres sont ceux du tableau II, n° III, les ε étant multipliés par 0,75). Cette réduction des ε a également pour effet, à intensité constante, d'augmenter le gap, puisqu'elle accroît l'interaction entre les particules, ce qui est souhaitable si l'on part du cas *(a)*. Mais elle a l'inconvénient de conduire à des niveaux trop serrés dans les noyaux impairs. Elle indique toutefois que le noyau Sn^{114} joue le rôle, lorsqu'on calcule son spectre à partir des χ^2, d'un noyau magique « faible » puisque nous trouvons alors, quoique la situation expérimentale soit différente, les caractéristiques de ce type de noyaux. Ainsi, les Zn^{90} et Ge^{72} présentent, la séquence de spin 0^+, 0^+, 2^+. Lorsque l'on réduit les ε_a, cet effet disparaît complètement puisque nous diminuons beaucoup la distance $\varepsilon\, 1/2 - \varepsilon\, 7/2$.

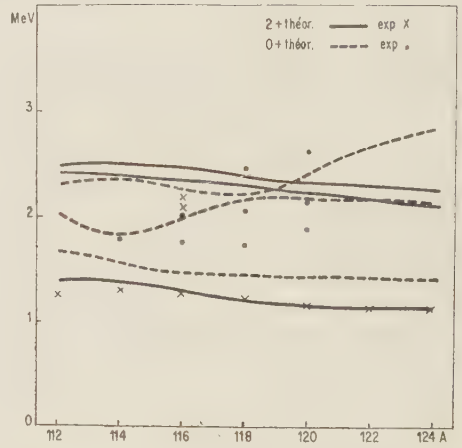

FIG. 20. — *Premiers niveaux 0^+ et 2^+ dans l'approximation I pour les paramètres du tableau II, n° III, les ε_a sont multipliés par un facteur 3/4.*

Il semble donc que les χ^2 imposent des restrictions assez sévères sur les énergies individuelles et qu'un meilleur accord soit possible particulièrement pour Sn^{114} si l'on diminue les ε (et plus particulièrement la distance $\varepsilon\, 1/2 - \varepsilon\, 7/2$). Il serait alors nécessaire de rechercher un compromis entre toutes les données expérimentales sur les spectres des noyaux impairs, les différences de masse et les noyaux pairs.

CONCLUSION

Nous avons calculé, au cours de la deuxième partie, les énergies des niveaux des isotopes pairs et impairs de l'étain pour $112 \leqslant A \leqslant 125$ ainsi que les différences de masse entre noyaux voisins en utilisant une seule interaction, de portée finie. Nous avons pu obtenir, à l'aide d'une méthode aux moindres carrés, une région de l'espace des paramètres dans laquelle les différences de masse et les spectres des noyaux impairs sont raisonnablement reproduits, avec une erreur moyenne de 100 keV.

Dans la région de meilleur accord qui a été définie,

il existe une relation entre la portée et l'intensité dans l'état singlet qui permet de fixer l'ordre de grandeur de la différence de masse. Pour une portée fixée, l'intensité V_0 *est donnée approximativement par la formule* $V_0\mu^2 \approx C^{te} = 110$ *MeV* f^2. *La région comprend ainsi une force qui satisfait aux conditions annulant l'énergie de l'état singlet du deutéron et fournissant la portée effective de la diffusion proton-proton. Les éléments de matrice utilisés dans le calcul des* Δ_a *ont un comportement suivant les différentes configurations très semblables à celui d'une force plus réaliste, dépendant des vitesses, et ajustée pour reproduire les déphasages à haute énergie. Ce comportement est aussi celui d'une force* δ, *il ne dépend guère des fonctions d'onde radiales employées et paraît peu sensible aux détails de la force ou à sa portée. Il est, par contre, différent pour une force de pairing, toutefois c'est une bonne approximation d'utiliser cette dernière interaction pour calculer le gap. Les* χ^2 *ne fournissent pas une détermination unique de l'intensité de la force dans l'état triplet impair. Ils sont minima lorsque cette dernière est attractive. Enfin, l'ordre des énergies individuelles est pratiquement imposé et leur grandeur fixée à une ou deux centaines de kiloélectron-volts près.*

A partir de valeurs des paramètres choisies dans la région permise par les χ^2, *nous avons ensuite calculé les énergies des niveaux des noyaux pairs. L'existence d'un premier niveau* 2^+ *est bien connue et bien établie. Conformément à l'expérience, l'interaction résiduelle abaisse ce niveau à l'intérieur du gap, l'accord est très satisfaisant pour* $A > 116$. *Il est nécessaire de souligner qu'il existe au voisinage de ce niveau, dans les étains et dans d'autres noyaux de même type* [58], *un niveau* 0^+ *de caractère semblable. Si le modèle vibrationnel prédit un niveau* 0^+ *c'est à une énergie double de celle du premier* 2^+, *il fait de plus partie d'un triplet (0, 2, 4) dégénéré. Les niveaux que nous trouvons ici présentent un caractère nouveau puisqu'ils correspondent à une « vibration » monopolaire. Enfin, en ajustant nos paramètres aux données de Barber et al., nous avons obtenu un très bon accord pour les premiers niveaux* 4^+, 5^-, 7^-.

Il convient de rappeler aussi les points de désaccord les plus marquants, bien que ce désaccord se situe dans des limites très raisonnables : le maximum du niveau 2^+ *dans* Sn^{114} *est trop accusé, les niveaux* 2^+ *et* 4^+ *de* Sn^{116} *dont l'énergie expérimentale est supérieure à 2 MeV sont obtenus bien au-dessus des points expérimentaux, enfin les énergies des deux premiers niveaux* 0^+ *sont moins satisfaisantes que celles des niveaux* 2^+ *pour* $A > 116$ *ou des niveaux* 4^+, 5^-, 7^-. *La discussion que nous avons faite, principalement sur l'importance des* ε *a montré qu'il était permis, du moins en ce qui concerne les deux premiers points, d'accuser la méthode utilisée pour déterminer les paramètres. Il semble en effet que les conditions imposées en choisissant des valeurs des* χ^2 *voisines de leur minimum soient trop strictes. Or, ces conditions déterminent par exemple la forme de la courbe du premier niveau* 2^+ *et la position des niveaux à deux quasi-particules. On peut donc espérer réaliser un compromis plus satisfaisant entre toutes les données sur les noyaux pairs et sur les noyaux impairs au cours d'une recherche encore plus systématique mais évidemment beaucoup plus longue.*

La différence entre les résultats des approximations I et II est généralement peu importante si l'on considère uniquement l'énergie des niveaux. Pour les niveaux 0^+ *et suivant la valeur de* ω, *cette différence peut être appréciable, mais les* χ^2 *d'une part, la position du niveau* 2^+ *d'autre part, conduisent à une valeur pour laquelle elle est négligeable. De plus, pour* $\omega = 1$ *l'état redondant est pratiquement isolé dans l'approximation I. Bien que l'influence de* ω *dans le cas du* 0^+ *soit mal comprise, on peut attribuer la faible différence entre les deux approximations au fait que les états calculés ne sont pas suffisamment collectifs.*

Avec les valeurs des paramètres considérées dans nos calculs nous n'avons pas trouvé d'instabilité pour aucun des multipôles calculés. Bien que les fonctions d'onde radiales utilisées ne satisfont pas aux relations de self consistance et que les conditions de stabilité de Thouless ne déterminent qu'un minimum local de l'énergie, il est permis de penser, comme l'a suggéré Mottelson [44], *que c'est la présence d'une très forte énergie d'appariement qui retarde l'apparition d'une déformation permanente et qui préserve donc la symétrie sphérique du potentiel moyen. L'addition de protons dans la couche extérieure peut changer cette situation. En effet, si elle ne modifie pas l'intensité de la force d'appariement, cette addition introduit un plus grand nombre de configurations à deux quasi-particules, ce qui rend, en revanche, plus effective la partie de la force qui contribue aux niveaux* 2^+.

Ces calculs indiquent que l'interaction comporte, à côté d'une forte composante d'appariement (G_0), *des composantes monopolaires et quadrupolaires* (H_0 *et* H_2) *importantes. Pour les états* 0^+ *et* 2^+ *les plus bas, ces composantes créent un mélange de configuration bien réparti dont on peut tenir compte dans le cadre de l'approximation I. Les énergies des autres états, celles aussi des autres multipôles, peuvent généralement être approchées par les éléments diagonaux de la matrice P. Nous n'avons pas jusqu'ici calculé les probabilités de transition qui peuvent cependant être affectées par la présence d'un faible mélange de configuration.*

S'il est satisfaisant d'améliorer les résultats des noyaux pairs en utilisant la portée de True et Ford et une intensité pratiquement identique, ajustés pour le problème à deux corps, le rôle du paramètre ω *semble plus obscur. En effet, nous avons vu que les valeurs de* ω *conventionnelles,* $-0{,}55$ *(Rosenfeld),* $-0{,}33$ *(O. P. E. P.), 0 (Serber) ne correspondaient pas au minimum des* χ^2 *et que les énergies correspondantes du niveau* 2^+ *étaient plus grandes que pour* $\omega = 1$. *D'autre part, on sait que les excitations des particules des couches fermées, négligées dans le présent calcul, doivent jouer un rôle important. Leur introduction est en effet nécessaire pour*

obtenir correctement le niveau 3⁻ ainsi que des probabilités de transition, elle peut conduire, comme l'ont montré True et Ford à une modification des paramètres de la force effective. Il n'est donc pas exclu que la trop grande valeur trouvée pour l'intensité de la force triplet, simule artificiellement des effets semblables à ceux qu'entraînerait l'inclusion de ces excitations ou encore ceux d'une force plus compliquée.

Ce travail appelle un certain nombre de prolongements. Il est nécessaire de mieux comprendre l'influence des particules des couches complètes, aussi bien sur l'énergie des niveaux que sur les probabilités de transition. D'autre part, si le traitement adopté pour les noyaux impairs permet bien de décrire les niveaux de très basse énergie, il faut faire intervenir, pour les niveaux au-dessus de 500 keV, les configurations à trois quasi-particules. Enfin, l'usage d'une interaction plus réaliste et de fonctions d'onde radiales améliorées, constituerait un autre progrès vers des calculs plus complets.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Pour une liste complète de références cf. J. P. ELLIOTT et A. M. LANE et S. A. MOZKOWSKI in *Handbuch der Physik*, Band XXXIX. Springer Verlag, Berlin, 1957, 241 et 411.

[2] WEISSKOPF (V. F.). — *Physics to-day*, 1957, **14**, n° 7, 18.

[3] Pour une liste complète de références cf. D. J. THOULESS. *The quantum mechanics of many body systems*. Academic Press New York, London, 1961.

[4] BRUECKNER (K. A.), GAMMEL (J. L.) et WEITZNER (H.). — *Phys. Rev.*, 1958, **110**, 431.

[5] GOMES (L. C.), WALECKA (J. D.) et WEISSKOPF (V. F.). — *Ann. Physics*, 1958, **3**, 241.

[6] BRUECKNER (K. A.), LOCKETT (A. M.) et ROTENBERG (N.). — *Phys. Rev.*, 1961, **121**, 255.

[7] VILLARS (F.). — *Annual Review of Nuclear Science*, 1957, **7**, 185.

[8] ELLIOTT (J. P.). — *Proc. Roy. Soc.* (London), 1958, A **245**, 128, 562.

[9] BOHR (A.), MOTTELSON (B. R.) et PINES (D.). — *Phys. Rev.*, 1958, **110**, 936.

[10] BARDEEN (J.), COOPER (L. N.) et SCHRIEFFER (J. R.). — *Phys. Rev.*, 1957, **108**, 1175.

[11] BOGOLIUBOV (N. N.). — *Nuovo Cimento*, 1958, **7**, 794.

[12] VALATIN (J. G.). — *Nuovo Cimento*, 1958, **7**, 843.

[13] COOPER (L. N.). — *Phys. Rev.*, 1956, **104**, 1189.

[14] BELYAEV (S. T.). — *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. medd.*, 1959, **31**, n° 11.

[15] FERRELL (R. A.). — *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 1631.

[16] FALLIEROS (S.). — Ph. D. Thesis, University of Maryland (non publié).

[17] TAKAGI (S.). — *Prog. Theor. Phys.*, 1958, **21**, 174.

[18] SAWADA (K.). — *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 372.

[19] BROWN (G. E.) et BOLSTERLI (M.). — *Phys. Rev. Letters*, 1959, **3**, 472.

[20] BROWN (G. E.), CASTILLEJO (L.) et EVANS (J. A.). — *Nucl. Phys.*, 1961, **22**, 1.

[21] BROWN (G. E.), EVANS (J. A.) et THOULESS (D.). — *Nuclear Phys.*, 1961, **24**, 1.

[22] GILLET (V.) et VINH MAU (N.). — *Phys. Letters*, 1962, **1**, 25.
GILLET (V.). — Thèse, Université de Paris, 1962.
VINH MAU (N.). — Thèse, Université de Paris, 1963.

[23] ARVIEU (R.) et VENERONI (M.). — *Compt. Rend.*, 1960, **250**, 992, 2155.

[24] KOBAYASI (M.) et MARUMORI (T.). — *Progr. Theoret. Phys.* (Kyoto), 1960, **23**, 387.

[25] BARANGER (M.). — *Phys. Rev.*, 1960, **120**, 957.

[26] MOTTELSON (B. R.). (non publié).

[27] ANDERSON (P. W.). — *Phys. Rev.*, 1958, **112**, 1900.

[28] THOULESS (D. J.). — *Nucl. Phys.*, 1960, **21**, 225 ; 1961, **22**, 78.

[29] BOGOLIUBOV (N. N.). — *Uspekhi Fiz. Nauk*, 1959, **67**, 549.
BARANGER (M.). — *Phys. Rev.*, 1961, **122**, 992.
VALATIN (J. G.). — *Phys. Rev.*, 1961, **122**, 1012.

[30] BLOCH (C.) et MESSIAH (A.). — *Nucl. Phys.*, 1962, **39**, 95.
ZUMINO (B.). — *J. of Math. Phys.*, 1962, **3**, 1055.

[31] RACAH (G.). — *Phys. Rev.*, 1943, **63**, 367.

[32] MESSIAH (A.). — *Mécanique Quantique*. Dunod, Paris.

[33] KERMAN (A. K.), LAWSON (R. D.) et MC FARLANE (N. H.). — *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 162.

[34] HOGAASEN-FELDMAN (J.). — *Nucl. Phys.*, 1961, **28**, 258.

[35] BOHM (D.) et PINES (D.). — *Phys. Rev.*, 1953, **96**, 609.

[36] ALDER (K.), BOHR (A.), HUUSS, MOTTELSON (B. R.) et WINTHER. — *Rev. of Mod. Phys.*, 1956, **28**, 432.
SHARFF-GOLDHABER (G.) et WENESER (J.). — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 212.

[37] WILETS (L.) et JEAN (M.). — *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 788.

[38] JEAN (M.) et TOUCHARD (J.). — *J. Phys. Rad.*, 1958, **19**, 56.
ARVIEU (R.). — *Compt. Rend.*, 1959, **248**, 1502.

[39] LANE (A. M.) et PENDLEBURY (E. D.). — *Nucl. Phys.*, 1960, **15**, 39.
COHEN (B. L.). — *Proceedings of the Rutherford Jubilee, Manchester*, 1961, 219.

[40] EHRENREICH (H.) et COHEN (M. H.). — *Phys. Rev.*, 1959, **115**, 786.

[41] GELL-MANN (M.) et BRUECKNER (K. A.). — *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 364.

[42] BLOCH (C.). — *Cours Saclay*, 1962 (non publié).

[43] BALIAN (R.) et MEHTA (M. L.). — *Nucl. Phys.*, 1962, **31**, 587.

[44] MOTTELSON (B. R.). — *Proceedings of the Kingston Conference*, 1960.

[45] TRUE (W.) et FORD (K.). — *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1675.

[46] KISSLINGER (L. S.) et SORENSEN (R. A.). — *Kgle Danske Videnskab Selskab., Mat. Fys. Medd*, 1960, **32**, n° 9.
[47] MOTTELSON (B. R.). — *Le Problème à N corps*. Dunod, 1958 ; *Proceedings of the International School of Physics Varenna*, 1960, Acad. Press.
[48] ARVIEU (R.) et VENERONI (M.). — *Compt. rend.*, 1961, **252**, 670.
[49] GREEN (A. M.). — *Nucl. Phys.*, 1962, **33**, 218.
[50] Cf. référence (1), 469.
[51] BRINK et COOLIE. — Communication privée.
[52] NOYA (H.), ARIMI (A.) et HORIE (H.). — *Prog. Theoret. Phys.* (Kyoto), 1958, suppl. **8**, 34.
[53] Nuclear Data Sheets (U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1960).
[54] BARBER, BISHOP, CAMBEY, MC LATCHIE et DUCKWORTH *(à paraître)*.
[55] COHEN (B. L.) et PRICE (R. E.). — *Phys. Rev.*, 1960, **118**, 1582 ; 1961, **121**, 144.
[56] SCHMORAK (M.), EMERY (G. T.) et SHARFF-GOLDHABER (G.). — *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 1186.
[57] SORENSEN (R. A.). — *Nucl. Phys.*, 1961, **25**, 674.
KISSLINGER (L. S.). Communication privée.
[58] ARVIEU (R.) et VENERONI (M.). — (non publié).
[59] GIRGIS (R. K.) et VAN LIESHOUT (R.). — *Physica*, 1959, **25**, 590.
JENSEN (B. S.), NIELSEN (O. B.) et SKIELBREID (O.). — *Nucl. Phys.*, 1960, **19**, 654.
BOLOTIN (H. H.), LI (A. C.) et SCHWARZCHILD (A.). — *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 213.
IKEGAMI (H.) et UDAGAWA (T.). — *Phys. Rev.*, 1961, **124**, 1518.
FETTWEISS (F.) et VERVIERS (J.). — *Phys. Letters*, 1962, **3**, 36.
[60] MC GORVAN (F. K.) et STELSON (P. H.). — *Phys. Rev.*, 1958, **110**, 489.
[61] COHEN (B. L.) et PRICE (R. E.). — *Phys. Rev.*, 1961, **123**, 283.
[62] SWIATECKI (W. J.). — *Proc. Roy. Soc.* (London), 1951, **205** A, 238.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Les réactions directes nucléon-nucléon entre multiplets de spin isobarique

Vu et approuvé :
Paris, le 22 mars 1963.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY.

Vu et permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
Jean ROCHE.

R. ARVIEU

Imprimé avec les *Annales de Physique.* *Le Gérant :* G. Masson

DÉPÔT LÉGAL : 1963, 3e TRIMESTRE, N° D'ORDRE 4081, MASSON ET Cie, ÉDITEURS, PARIS
Printed in France. IMPRIMERIE BARNÉOUD S. A., LAVAL, N° 4667. — 8-1963.

Thèse publiée par les *ANNALES DE PHYSIQUE*, 13e Série - Tome 8, 1963